

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**  
**ELÉTRICA**

**ESTUDO DE FILTROS ADAPTATIVOS PARA A**  
**REMOÇÃO DE ARTEFATOS DE EOG EM SINAIS DE**  
**EEG**

**'Dissertação submetida como parte dos requisitos para a**  
**obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica'**

**MIGUEL EDGARDO CHOCOS RUIZ**

**FLORIANÓPOLIS, FEVEREIRO DE 1999**

# ESTUDO DE FILTROS ADAPTATIVOS PARA A REMOÇÃO DE ARTEFATOS DE EOG EM SINAIS DE EEG

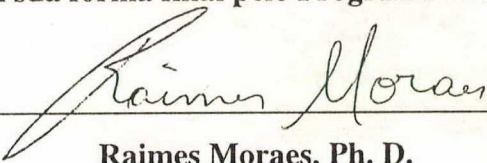
MIGUEL EDGARDO CHOCOS RUIZ

'Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do Título de

Mestre em Engenharia Elétrica

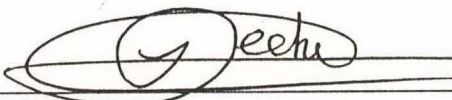
Área de concentração em  
Engenharia Biomédica,

e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação'



Raimes Moraes, Ph. D.

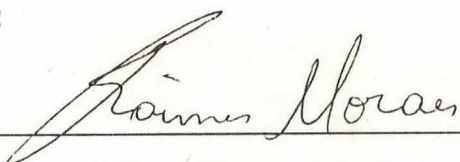
Orientador



Prof. Ildemar Cassana Decker, D. Sc.

Coordenador do Curso

Banca Examinadora:

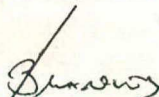


Raimes Moraes, Ph. D.

Presidente



Prof. Fernando Mendes de Azevedo, Dr.



Prof. Jefferson Luiz Brum Marques, Ph. D.



Dedico este trabalho aos meus pais Cesar e Haydee e meus irmãos.

## AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço a Deus por me permitir subir mais um degrau na minha vida.

A meu amigo Carlos Venturo Bisso, pelo apoio e a amizade.

Agradeço a meus pais Cesar e Haydee, e meus irmãos, Cesar, Sergio e Karina, pelo apoio a pesar da distância.

Aos amigos que, direta ou indiretamente, me auxiliaram no trabalho de pesquisa.

A meu orientador. Prof. Raimes Moraes, pela oportunidade concedida, a orientação e a amizade.

À fundação CAPES, pelo apoio financeiro.

## INDICE

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>2</b>
1.1 O ELETROENCEFALOGRAMA (EEG) .....	2
1.1.1 Histórico .....	2
1.1.2 Posicionamento dos Eletrodos.....	3
1.1.3 Registros Bipolares e Unipolares .....	5
1.1.4 Características do Eletroencefalograma.....	6
1.1.5 O EEG e Epilepsia.....	8
1.1.6 Artefatos que Afetam o Registro do EEG.....	11
1.2 O ELETRO-OCULOGRAMA (EOG) .....	13
1.2.1 Registro dos Movimentos Oculares. ....	15
1.3 OBJETIVO .....	17
1.4 DESCRIÇÃO DO CONTEÚDO DESTA TRABALHO.....	18
<b>2 MÉTODOS DE REMOÇÃO DE ARTEFATOS OCULARES. ....</b>	<b>20</b>
2.1 MÉTODO DE REJEIÇÃO.....	20
2.2 MÉTODO DE FIXAÇÃO DO OLHAR. ....	21
2.3 MÉTODOS SUBTRATIVOS .....	21
2.4 MÉTODOS COM FILTROS ADAPTIVOS. ....	26
<b>3 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS INVESTIGADOS .....</b>	<b>28</b>
3.1 MÉTODOS DE FILTRAGEM ADAPTATIVA .....	28
3.1.1 Introdução aos Filtros Adaptativos .....	28
3.1.2 Método de Mínimos Quadrados - Normalizado (Least Mean Square - LMS) .....	31
3.1.3 Método de Mínimos Quadrados Recursivo (Recursive Least Mean Square - RLS) .....	36
3.1.4 LMS-Newton (LMSN).....	37
3.1.5 Volterra de Segunda Ordem (Second Order Volterra - SOV) .....	42
3.1.6 Filtro Baseado no Método de Newton. (Newton Based Method - NBM) .....	44
3.2 MÉTODO SUBTRATIVO ( SUBSTRUCTIVE METHOD - SM). ....	48

<b>4 ENSAIOS E SIMULAÇÕES REALIZADOS .....</b>	<b>51</b>
4.1 TIPOS DE SINAIS USADOS NOS TESTES .....	51
4.2 TESTES DE DESEMPENHO COM SINAIS CONTAMINADOS ARTIFICIALMENTE.....	54
4.2.1 <i>Relação Linear Entre o EOG E os AOs</i> .....	57
4.2.2 <i>Primeiro Modelo de Relação não Linear Entre os AO e os Sinais de EOG</i> .....	58
4.2.3 <i>Segundo Modelo de Relação não Linear Entre os AO e os Sinais de EOG</i> . ....	60
4.3 TESTES COM EEG COMPLEXOS ESPÍCULA - ONDA LENTA. ....	61
4.3.1 <i>Interferência Linear de AO</i> .....	62
4.3.2 <i>Interferência não Linear (Primeiro modelo) de AO</i> . ....	63
4.3.3 <i>Interferência não Linear (segundo modelo) de AO</i> . ....	64
4.4 TESTE DE TEMPOS DE EXECUÇÃO DOS ALGORITMOS. ....	64
<b>5 DISCUSSÃO E CONCLUSÕES .....</b>	<b>67</b>
 <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	 <b>70</b>
 <b>APÊNDICE A - PROGRAMAS EM MATLAB .....</b>	 <b>74</b>
<i>Algoritmo LMS</i> .....	75
<i>Algoritmo LMSN</i> .....	77
<i>Algoritmo NBM</i> .....	79
<i>Algoritmo SOV</i> .....	81
<i>Método Subtrativo</i> .....	83
<b>APÊNDICE B - PROGRAMA EM C-ANSI .....</b>	<b>84</b>

## Índice de Figuras

<i>Figura 1.1- Visão geral da colocação dos eletrodos no sistema 10-20.</i>	4
<i>Figura 1.2 - Os eletrodos frontais (F), centrais (C), parietais (P) e</i>	5
<i>Figura 1.3- Os padrões Beta, Alfa, Teta e Delta.</i>	7
<i>Figura 1.4- Registros de um sinal de EEG correspondentes à</i>	9
<i>Figura 1.5- Registro de um sinal de EEG anormal, contendo espículas.</i>	10
<i>Figura 1.6- Sinais de EEG com a presença de espículas.</i>	11
<i>Figura 1.7- Sinal de EEG com presença de ondas agudas.</i>	11
<i>Figura 1.8- Localização de eletrodos para o registro do</i>	16
<i>Figura 2.1 Modelo assumido nos métodos subtrativos.</i>	22
<i>Figura 2.2 Método de correção de artefatos de movimentos oculares de McMallum e Walter (1968).</i>	24
<i>Figura 2.3 Método de correção de artefatos de movimentos oculares de Girton e Camiya.</i>	25
<i>Figura 3.1.- Diagrama de blocos de um de um filtro transversal.</i>	30
<i>Figura 3.2- Estrutura típica para o filtro adaptativo usado na rejeição de ruído.</i>	31
<i>Figura 4.1- Distribuição dos eletrodos recomendado por van den Berg-Lenssen et al. (1994).</i>	54
<i>Figura 4.2 Resposta em frequência do filtro Notch utilizado para remover a componente DC do EEG</i>	56



## Índice de Tabelas

<i>Tabela 1-1</i> Tipos de padrões de ondas presentes no EEG.....	8
<i>Tabela 4-1</i> Condições iniciais dos métodos de remoção .....	56
<i>Tabela 4-2</i> MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA devido movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC .....	57
<i>Tabela 4-3</i> MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA originado por movimentos verticais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.....	57
<i>Tabela 4-4</i> MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA devido a piscadas com (a) e sem (b) componente DC .....	58
<i>Tabela 4-5</i> Media das Tabelas 4-2,4-3 e 4-4. ....	58
<i>Tabela 4-6</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear (primeiro modelo) de OA devido a movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC .....	59
<i>Tabela 4-7</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear (primeiro modelo) de OA com origem em movimentos verticais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.....	59
<i>Tabela 4-8</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear(primeiro modelo) de OA com origem em piscadas com (a) e sem (b) componente DC.....	59
<i>Tabela 4-9</i> Media das Tabelas 4-6, 4-7 e 4-8. ....	60
<i>Tabela 4-10</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA gerado por movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.....	60
<i>Tabela 4-11</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA gerado por em piscadas com (a) e sem (b) componente DC.....	61
<i>Tabela 4-12</i> MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA com origem em movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC .....	61
<i>Tabela 4-13</i> Media das Tabelas 4-10,4-11 e 4-12. ....	61
<i>Tabela 4-14</i> MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de movimentos verticais dos olhos.....	62
<i>Tabela 4-15</i> MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de movimentos horizontais dos olhos.....	62

<i>Tabela 4-16 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de piscadas.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabela 4-17 Media das Tabelas 14,15 e 16 .....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 4-18 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de movimentos verticais dos olhos. ....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 4-19 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de movimentos horizontais dos olhos.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 4-20 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de piscadas.....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 4-21 Media das Tabelas 4-19,4-18 e 4-20. ....</i>	<i>63</i>
<i>Tabela 4-22 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (segundo modelo) de movimentos verticais dos olhos. ....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 4-23 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (segundo modelo) de movimentos horizontais dos olhos.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 4-24 MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de piscadas.....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 4-25 Media das Tabelas 4-22,4-23 e 4-24 .....</i>	<i>64</i>
<i>Tabela 4-26 Tempos de execução dos algoritmos em micro segundos, o tempo é medido para uma iteração. ....</i>	<i>65</i>

## RESUMO

Os movimentos e o piscar dos olhos produzem potenciais próximos dos olhos que podem se espalhar pelo escalpo e serem captados por eletrodos utilizados no registro do eletroencefalograma (EEG), gerando interferências. Estas interferências são chamadas artefatos oculares (AO). Diversos métodos têm sido investigados para a remoção de AO. Métodos baseados na filtragem adaptativa foram desenvolvidos recentemente. Este trabalho apresenta um estudo comparativo de diferentes propostas apresentados na literatura para a remoção de AO. Para tal, diversos testes foram realizados cujos resultados permitiram determinar que o método *Recursive Least Square* (RLS) é o mais recomendável considerando critérios de mínimo erro quadrático, preservação da morfologia do EEG e simplicidade na implementação. Todos os algoritmos foram implementados em linguagem C-ANSI para sua aplicação em tempo real, encontrando-se disponíveis para serem utilizados em futuros trabalhos do grupo de pesquisas em engenharia biomédica (GPEB).

*Palavras chaves:* Filtragem adaptativa, EOG, EEG, artefatos oculares.

## ABSTRACT

Eye movements and blinks produce potentials around the eyes which spread to the scalp where they may be picked up by the electrodes during recording of the electroencephalogram (EEG), producing interferences in the EEG. These interferences are called ocular artifacts (OA). Several methods have been investigated to remove OA from EEG signals. Adaptive filtering methods have been developed recently. This work presents a comparative study of different methods to remove OA. Several simulations were carried out and their results allowed to conclude that the Recursive Least Square method (RLS) has the best performance, considering minimum square error, EEG wave morphology preservation and algorithm speed. The studied algorithms were implemented in C-ANSI language for real time application, being available to be used in future research in GPEB.

*Key words:* Adaptive filtering, EOG, EEG, ocular artefacts.





## **1 Introdução**

Os movimentos oculares e o piscar de olhos produzem potenciais elétricos conhecidos como eletro-oculograma (EOG) que se espalha pelo escalpo, podendo ser captado por eletrodos posicionados para registrar o electroencefalograma (EEG). Os sinais de EEG e EOG apresentam superposição em seus espectros de frequência (Sadasivan e Narayana 1994) o que pode dificultar os análises do EEG. Uma discussão maior do EEG e o EOG é apresentada a seguir.

### **1.1 O Eletroencefalograma (EEG)**

O eletroencefalograma (EEG) é gerado pela atividade elétrica de muitas centenas de bilhões de neurônios, sendo registrado por intermédio de eletrodos distribuídos pelo escalpo do paciente. Pelo fato de não ser invasivo, o EEG é de grande importância na monitorização das funções corticais (padrões de sono, vigília, sonhos), diagnósticos de epilepsia e coma, entre outros. Nos parágrafos seguintes serão abordados o processo de captação do sinal, as características dos sinais de EEG normais e alguns casos patológicos, como também artefatos que afetam o registro.

#### **1.1.1 Histórico**

O EEG foi primeiramente registrado por Richard Caton (1875) que empregou um galvanômetro rudimentar e um sistema de eletrodos para monitorar a atividade cerebral de diversos animais. A resposta em frequência do galvanômetro (0 - 6Hz) permitiu-lhe estimar a frequência dominante nos registros feitos nesses animais (5 Hz). Ainda que não tenha deixado registros gráficos de nenhum tipo, suas descrições do

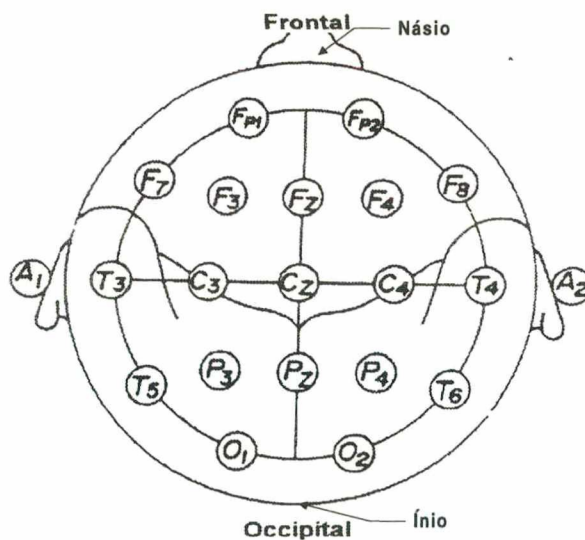
experimento são muito detalhadas. Mais tarde, Hans Berger (1924) registrou a atividade elétrica do encéfalo humano, sob a forma de potenciais elétricos irregulares de pequena amplitude (*i.e.*, de 50 a 100  $\mu\text{V}$ ). Berger foi o primeiro cientista a utilizar o termo eletroencefalograma para descrever estes pequenos sinais, que, aparentemente randômicos, continham padrões específicos que refletiam o estado geral de atividade cerebral do paciente. Seus trabalhos, ignorados até 1934, o tornaram o pai da moderna eletroencefalografia.

### 1.1.2 Posicionamento dos Eletrodos

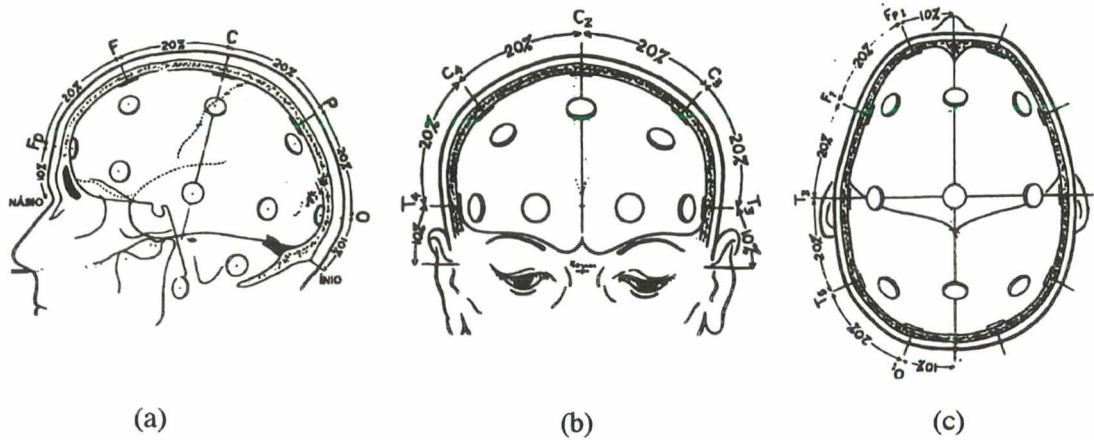
O registro do EEG requer que o sinal seja captado simultaneamente em diferentes áreas do escalpo, cobrindo os dois hemisférios, para realizar um levantamento da atividade cerebral. A partir do advento de equipamentos com vários canais de aquisição, cada laboratório passou a utilizar a sua própria configuração de eletrodos, dificultando os estudos comparativos e o desenvolvimento de métodos de análise. Em 1958, Herbert Jasper sugeriu um método conhecido como Sistema Internacional de Posicionamento de Eletrodos 10-20, sendo este recomendado hoje pelo Comitê da Federação Internacional das Sociedades para Encefalografia e Neurofisiologia Clínica. Neste sistema, os eletrodos são posicionados utilizando os marcos anatômicos da cabeça como pontos de referência (násio, ínio e orelhas), cobrindo uniformemente toda a área do escalpo. A Figura 1.1 ilustra o posicionamento dos eletrodos neste sistema. Um total de 21 eletrodos são utilizados, dos quais 19 são colocados sobre o escalpo e 2 nos lóbulos das orelhas. As letras que referenciam cada eletrodo indicam a sua posição em relação aos lóbulos do cérebro (Niedmayer e Lopes Da Silva, 1987): **P** para parietal, **F** para frontal, **T** para temporal, **C** para central, **O** para occipital e **A** para auricular. Os

eletrodos frontais que se encontram mais próximos do náseo recebem ainda um segundo índice ('p') em sua designação. Os eletrodos colocados no hemisfério esquerdo recebem números ímpares, os colocados no hemisfério direito recebem números pares e os eletrodos colocados sobre a linha central recebem o índice "z". O termo 10-20 originou-se das distâncias observadas entre os eletrodos, dispostos a 10 ou 20 % da distância total entre um determinado par de marcos anatômicos (Figura 1.2).

Buchsbaum et al. (1982) propuseram uma expansão no número de eletrodos com a finalidade de aumentar a resolução espacial do EEG, o sistema proposto passou a ser conhecido como a expansão de Buchsbaum (Niedmayer e Lopes da Silva, 1987).



**Figura 1.1-** Visão geral da colocação dos eletrodos no sistema 10-20.



**Figura 1.2** - Os eletrodos frontais (F), centrais (C), parietais (P) e occipitais (O) são colocados em intervalos de 20% da distância entre o nábio e o ínio, medidos a partir de uma distância do nábio que corresponde a 10% do comprimento nábio-ínio.

Os eletrodos usados no EEG são discos metálicos (ouro, prata ou prata-cloreto de prata) de  $1\text{cm}^2$  de diâmetro com um orifício central, sendo afixados no escalpo com o uso de colódio. Para reduzir a impedância eletrodo-pele, emprega-se uma pasta eletrolítica que é colocada periodicamente, durante o registro, através do orifício.

### 1.1.3 Registros Bipolares e Unipolares

Os potenciais registrados com os eletrodos são obtidos entre pares destes (derivação bipolar) ou entre um eletrodo e uma referência (derivação monopolar). Esta referência é obtida, conectando-se todos os eletrodos do escalpo através de resistências de igual valor a um ponto comum, ou utilizando-se os eletrodos conectados aos lóbulos das orelhas.

Na derivação bipolar, a não existência de tensão de referência impossibilita comparações entre os canais, mas tem a vantagem de melhorar a localização espacial dos eventos registrados; e por ser um registro diferencial, elimina os ruídos de modo comum (Poblet *et al.*, 1988).



#### 1.1.4 Caraterísticas do Eletroencefalograma

A apresentação das caraterísticas dos sinais de EEG é necessária para um melhor entendimento da importância do EEG e suas implicações fisiológicas.

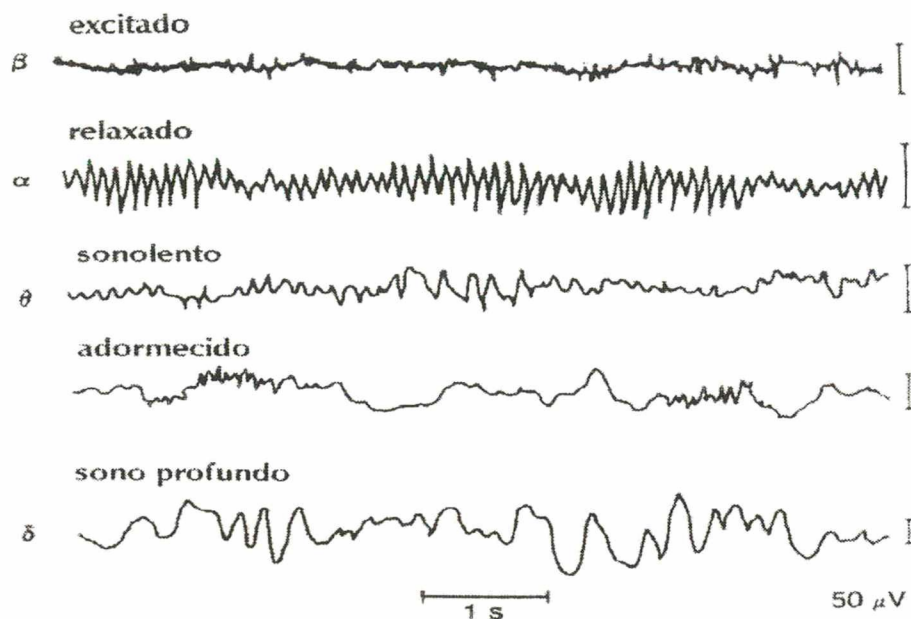
O EEG reflete a atividade contínua do cérebro, contendo um espectro de frequência bastante amplo.

A faixa de frequências do EEG de interesse clínico encontra-se entre 0.5Hz e 100Hz , com amplitudes pico a pico entre 10 e 100  $\mu$ V (Niedmayer e Lopes da Silva, 1987; Webster, 1998). Em um adulto normal, as frequências classificadas como baixas, estão entre 0.3 e 7Hz; e a faixa de frequências denominadas de altas está acima de 30Hz.

A ritmicidade aparece para criar algumas leis e ordem entre as ondas de distintas frequências e amplitudes (Niedmayer e Lopes da Silva, 1987). Uma ritmicidade pronunciada no EEG pode indicar alguma anormalidade. A primeira vista, uma aparência anárquica do sinal não significa necessariamente uma anormalidade (Niedmayer e Lopes da Silva, 1987).

Existem ritmos que caracterizam algumas atividades do cérebro e que são definidas pela sua natureza rítmica, sendo estes: as ondas Alfa, Beta, Teta e Delta (Figura 1.3).





**Figura 1.3-** Os padrões Beta, Alfa, Teta e Delta.

As ondas Alfa possuem frequências de 8 a 13 Hz e amplitude normalmente inferior a 50  $\mu\text{V}$ . São registradas em pacientes normais, acordados, sem nenhuma atividade e com os olhos fechados. Seu principal local de monitorização é a região occipital, ocorrendo também na região parietal e segmentos posteriores da região temporal.

As ondas Beta possuem frequências acima de 14Hz, não excedendo, geralmente, a 40Hz. Têm amplitudes que raramente superam os 40  $\mu\text{V}$ . São registradas nas regiões parietal e frontal. Podem ser subdivididas nas ondas Beta 1 ( 13 – 20Hz ) e Beta 2 ( 20 – 50Hz ).

As ondas Teta vão de 4 a 7,5 Hz, com amplitudes da ordem de 60 $\mu\text{V}$ . Estão presentes em crianças e em adultos sob forte estresse emocional e/ou frustração. Localizam-se nas regiões parietal e temporal.

Finalmente, o padrão Delta possui um conteúdo de frequência inferior a 3,5 Hz. Ocorre durante o sono profundo, na infância e em enfermidades cerebrais graves;

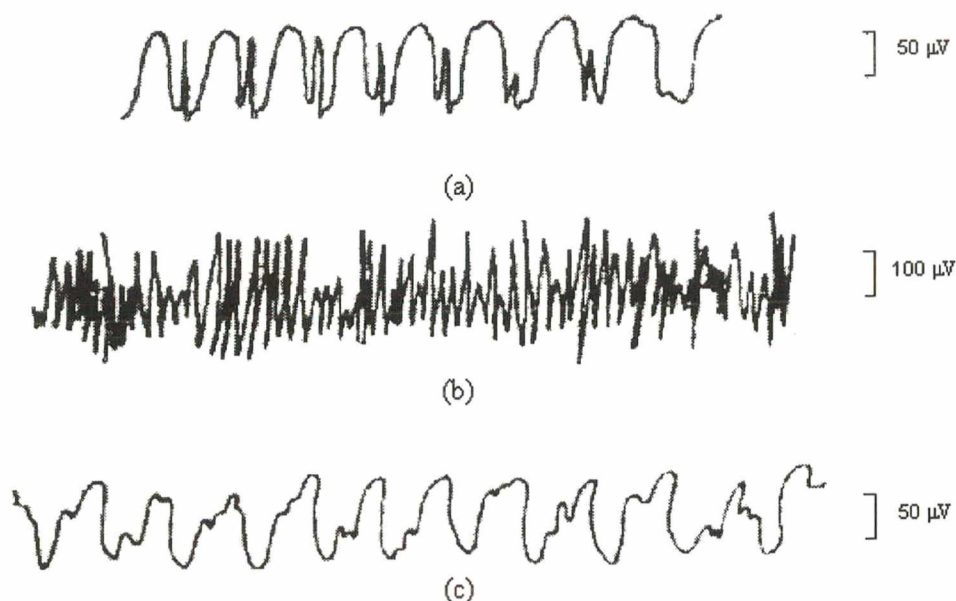
apresentando amplitudes similares aos das ondas teta. A **Tabela 1-1** resume os quatro tipos de ondas do córtex cerebral humano.

**Tabela 1-1** Tipos de padrões de ondas presentes no EEG.

Ritmo	Freq. (Hz)	Comentários
Alfa( $\alpha$ )	8-13	São encontrados na região occipital, associado ao sujeito desperto e relaxado; mais intenso com os olhos fechados.
Beta( $\beta$ )	14-50	Mais evidente nas derivações frontais e parietais; são divididas em $\beta_1$ e $\beta_2$ que aparecem com o sujeito estressado ou sob pressão.
Delta( $\delta$ )	1-3	Presente em: crianças com menos de 1 ano, durante o sono profundo; ou em doenças orgânicas graves do cérebro.
Teta( $\theta$ )	4-7	Predominantemente em crianças dos 2 aos 5 anos e em adultos com stress emocional; mais evidente nas derivações parietais e temporais.

### 1.1.5 O EEG e Epilepsia

O eletroencefalograma pode ser utilizado para diversos fins clínicos, como a detecção, localização e medida da extensão de lesões em casos de tumores, hematomas e abscessos; avaliar o efeito de anestésicos, etc. Contudo, o maior valor clínico da eletroencefalografia encontra-se no estudo dos distintos tipos de crises de epilepsia, caracterizados por uma ativação excessiva de todo o sistema nervoso central. Tal estudo permite detectar o seu tipo, localização e extensão (Poblet *et al.*, 1988). Para cada tipo de epilepsia existe um traçado típico do EEG, detectável durante as crises, e muitas vezes também, entre as crises; assim temos formas de onda que caracterizam a epilepsia de grande mal, pequeno mal e epilepsia focal (Figura 1.4).



**Figura 1.4-** Registros de um sinal de EEG correspondentes à epilepsia, em algumas de suas formas: a) Pequeno mal; b) Grande mal; c) Psicomotora.

O grande mal caracteriza-se por descargas neuronais de grande intensidade em todas as áreas do cérebro, também transmitidas à medula espinhal causando convulsões generalizadas por todo o corpo. A crise do grande mal pode durar de vários segundos até 3 ou 4 minutos. Após a crise, o indivíduo pode permanecer inconsciente por alguns minutos ou até uma hora. O registro do EEG apresenta ondas com a mesma frequência das ondas  $\alpha$  mas de maior amplitude (Poblet *et al.*, 1988).

O pequeno mal envolve apenas parte do cérebro. O indivíduo apresenta contrações musculares espasmódicas, geralmente na região da cabeça, e inconsciência. A crise de ausência dura de 5 a 20s. Logo após a crise, o sujeito volta a atividade que estava desenvolvendo (Poblet *et al.*, 1988).

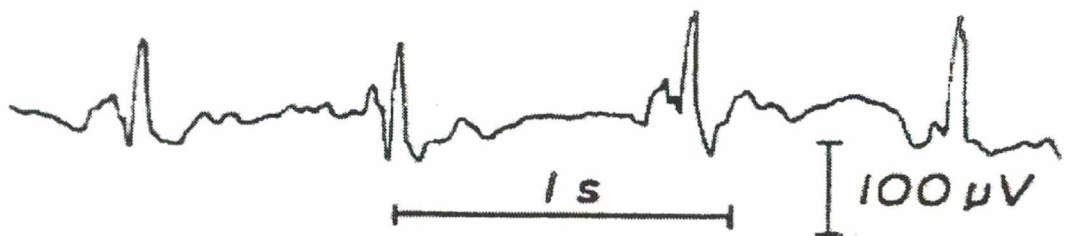
A epilepsia focal, origina-se em uma porção específica do cérebro, geralmente por ação de um tumor, distúrbio congênito ou destruição de tecidos. A epilepsia focal

gera descargas neuronais muito rápidas, envolvendo as áreas adjacentes ou mesmo todo o cérebro, possibilitando o desencadeamento de uma crise de grande mal.

A chamada crise psicomotora é um tipo de epilepsia focal, sendo caracterizada pelos seguintes sintomas: períodos curtos de amnésia, acessos de cólera, ansiedade, desconforto ou medo anormais e momentos de incoerência na fala.

A crise de epilepsia é caracterizada por atividades rítmicas ou repetição, a taxas relativamente altas, de eventos observados entre as crises. As atividades rítmicas têm elevadas amplitudes, quando comparadas com a atividade normal. A morfologia dos eventos típicos da epilepsia, são denominados: espícula, onda aguda e complexos espícula-onda lenta.

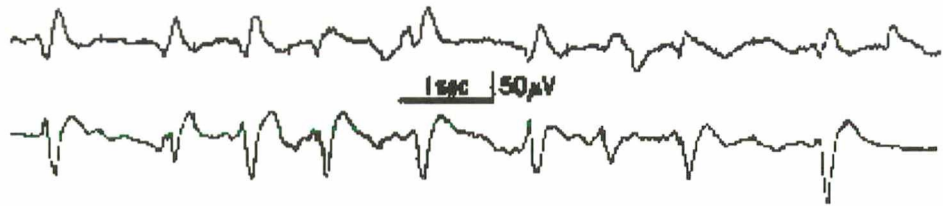
As espículas possuem uma duração entre 20 e 70 ms e amplitudes da ordem dos 100 $\mu$ v. A Figura 1.5 apresenta exemplo de espículas.



**Figura 1.5-** Registro de um sinal de EEG anormal, contendo espículas.

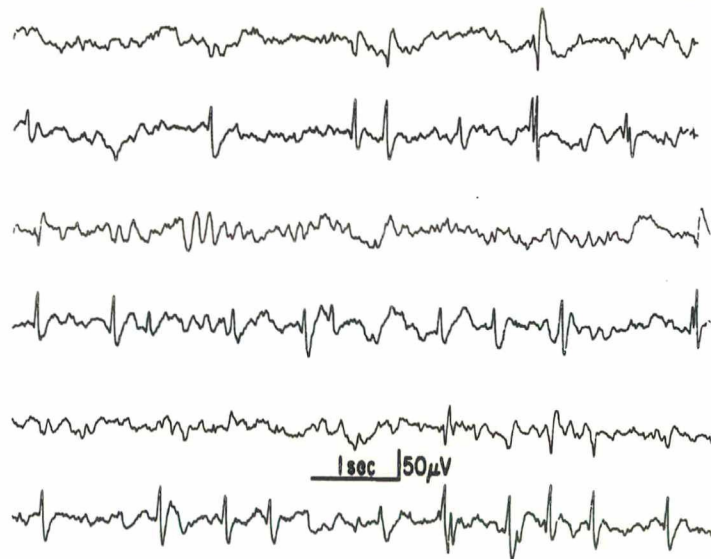
As ondas agudas são transientes claramente distinguíveis da atividade normal com duração entre 70 e 200 ms. São similares às espículas, possuindo uma fase descendente mais alongada. Exemplos de ondas agudas são mostradas na Figura 1.6. Ondas agudas e espículas aparecem no EEG dos pacientes nos período entre crises.





**Figura 1.6-** Sinal de EEG com presença de ondas agudas.

O complexo espícula-onda lenta é um padrão no qual uma espícula é acompanhada de uma onda com duração de 150 a 350 ms, sendo normalmente associado à epilepsia de pequeno mal. Acontecem durante as crises e também no período entre crises (Figura. 1.7)



**Figura 1.7-** Sinais de EEG com a presença de espículas.

### 1.1.6 Artefatos que Afetam o Registro do EEG

Diversos tipos de artefatos afetam o registro do sinal de EEG. Os mais comuns são associados aos eletrodos, principalmente à má fixação no escalpo e à existência de cabos partidos. Frequentemente ocorrem também interferências devido à rede elétrica (60Hz ou 50Hz). Estes artefatos podem ser classificados como de origem não



fisiológica. A outra classe de artefatos, que são os de origem fisiológica, dividem-se basicamente em dois grupos: os eletrocardiográficos e eletro-oculográficos.

Os de origem eletrocardiográfica podem ser resultantes da interferência do complexo QRS, que introduzem artefatos semelhantes às "espículas" (características da epilepsia), podendo dificultar a interpretação do EEG. Para evitar que isto aconteça, monitora-se o ECG e identificam-se as interferências provocadas pelo complexo QRS.

Os artefatos mais significativos e comuns são aqueles devido ao eletro-oculograma (EOG). Este tipo de artefato é gerado pelo movimento dos olhos e pelo piscar do paciente (Geddes and Baker, 1989). A documentação da ocorrência dos artefatos oculares é simples, quando o EOG é registrado ao mesmo tempo que o EEG, mas, quando o EOG não é registrado ou o movimento ocular é mascarado pelo piscar dos olhos, os artefatos oculares podem ser interpretados como sendo espículas devido à epilepsia. Os artefatos oculares afetam também o EEG, mudando sua linha base e modificando sua morfologia, dificultando a análise do EEG e o estudo dos potenciais relacionados a eventos (Schwind & Gross, 1988; Ifeachor *et al.*, 1985). Hillard e Galambos (1970) mostraram que 23% dos CNVs (*Contingent Negative Variations*) poderiam ser devidos a artefatos oculares provenientes do movimento dos olhos (Jervis *et al.*, 1988). Os CNVs são variações que aparecem no EEG sendo relacionados com a resposta a estímulos auditivos (Brix 1975), são amplamente utilizados em psiquiatria (Van den Bosch, 1984). A origem dos artefatos oculares é discutida na Seção 1.2

Podem também ocorrer artefatos devido às pulsações dos vasos sanguíneos sob os eletrodos. A correção destes artefatos é feita de maneira simples, mudando-se a posição dos eletrodos. Por último, estão os artefatos produzidos pela movimentação de

todo o corpo a cada batimento cardíaco. A solução para estes artefatos é a colocação de uma almofada sob o pescoço do paciente.

## 1.2 O Eletro-oculograma (EOG)

O EOG é gerado pela existência de um dipolo córneo-retinal. A córnea constitui o polo positivo e a retina, o polo negativo. Quando os olhos são movimentados, a orientação do dipolo muda. Isto pode ser usado para determinar a posição do olho. Para registrar o EOG, eletrodos de superfície são colocados à direita e à esquerda do olho, no nariz e na têmpora (Webster, 1998; Jervis et al., 1988). Quando o olhar é para frente, o dipolo é simetricamente colocado entre os dois eletrodos, e o potencial registrado devido ao EOG é nulo. Quando os olhos são movimentados para a esquerda, a parte positiva do dipolo aproxima-se do eletrodo da esquerda, tornando-se mais positivo. Há uma relação quase linear entre o ângulo horizontal da visão e o EOG até aproximadamente um arco de  $\pm 30^\circ$ . Os eletrodos também podem ser colocados acima e abaixo dos olhos para registrar movimentos verticais.

O EOG, ao contrário dos outros biopotenciais, requer um amplificador DC. A amplitude do EOG varia de  $10\mu\text{V}$  até  $5\text{mV}$  (Cohen, 1970). São necessários eletrodos de Ag/AgCl e também, preparar a pele. O sinal de EOG pode conter ruído, sendo este último geralmente composto por interferências do EEG, EMG e, eventualmente, introduzido pelo equipamento de registro.

O EOG é freqüentemente o método escolhido para registrar os movimentos dos olhos em pesquisas do sono, sendo também utilizado em crianças para avaliar a habilidade de leitura e fadiga visual.

Existem vários tipos de movimentos oculares. Os mais importantes são brevemente descritos a seguir:

- ✓ Piscadas : São caracterizadas por um potencial de curta duração (entre 0.2 e 0.4s). Acontecem a intervalos de 1 a 10 s aproximadamente. O potencial gerado pelas piscadas é originado pelo efeito da pálpebra que, ao se fechar sobre a córnea, produz um curto-circuito do dipolo. Quando os olhos são abertos, o curto termina. Esta variação de potencial é o potencial das piscadas (Matsuo *et al.*, 1975). Foi demonstrado também (Corby e Kopell, 1972) que a distribuição no escalpo do artefato das piscadas é diferente da distribuição dos artefatos devido aos movimentos oculares.
- ✓ Movimentos de sacada dos olhos: São movimentos rápidos com velocidades entre  $100$  e  $500^{\circ}\text{s}^{-1}$ . Dentro desta categoria de movimentos, estão aqueles que se fazem todos os dias ao mudar a visão de um ponto fixo para outro.
- ✓ O movimento vertical dos olhos: Com os olhos abertos, gera um potencial similar ao produzido pelas piscadas sendo observado facilmente no EOG.
- ✓ Movimento suave de perseguição: O acompanhamento de um objeto que se movimenta de  $1^{\circ}$  a  $30^{\circ}\text{s}^{-1}$ . Movimentos suaves são feitos para compensar a movimentação da cabeça ou do corpo durante o acompanhamento.
- ✓ Movimentos de fixação: Este caso inclui os movimentos geralmente menores a  $1^{\circ}$  em amplitude e acontecem quando os olhos estão supostamente fixos (por exemplo. ao fixar a vista em um ponto de referência.).
- ✓ Tremor dos olhos: É caracterizado por movimentos rápidos das pálpebras. Acontecem quando os olhos são fechados ou estão quase fechados. A frequência dos tremores oculares está geralmente na faixa de 8 a 10 Hz, atingindo algumas vezes a 14 Hz.

### 1.2.1 Registro dos Movimentos Oculares.

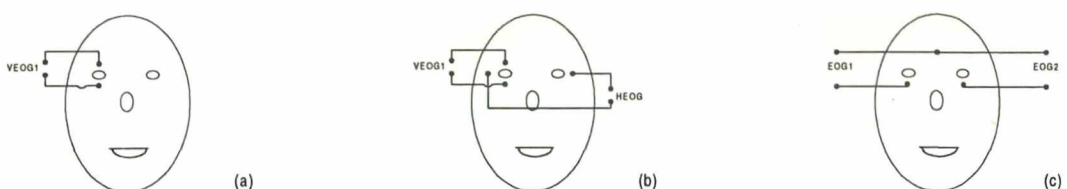
Os movimentos oculares voluntários e involuntários, verticais, horizontais, diagonais e o piscar dos olhos podem ser detectados utilizando o eletro-oculograma (Quilter, 1977), estando os olhos abertos ou fechados.

As seguintes características são as mais importantes dos artefatos oculares :

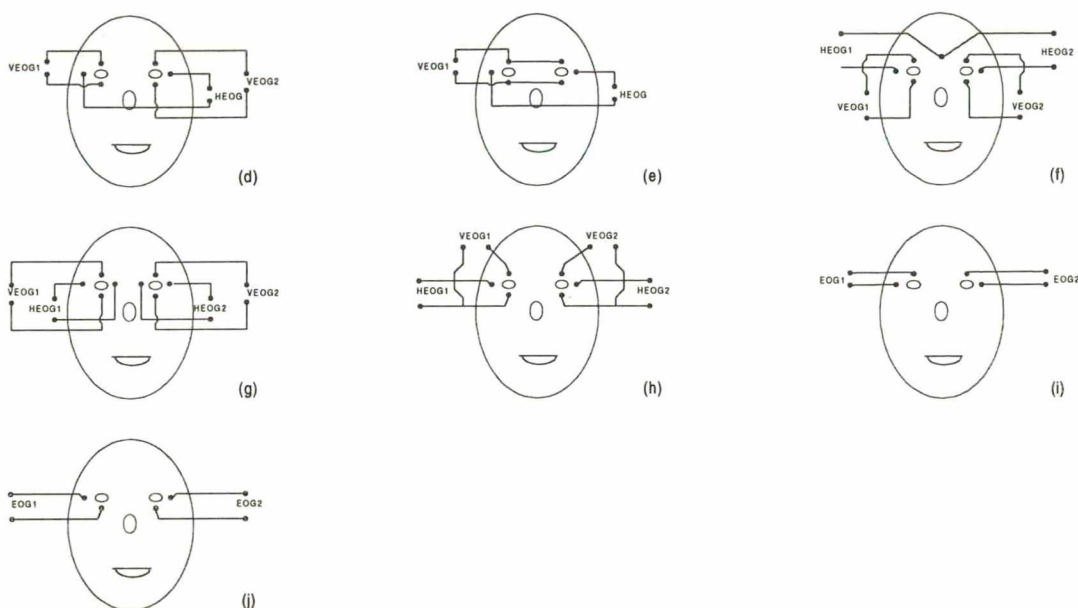
- ✓ O potencial medido pode incluir sinais de EEG e sinais eletromiográficos dos músculos orbital e temporal.
- ✓ Os potenciais variam em amplitude para pessoas diferentes e, para uma mesma pessoa. Pode ter variação dependendo da iluminação do local onde o registro for realizado. É também influenciado pelo nível de ansiedade e o grau de atenção do indivíduo de quem são obtidos os registros (Jervis *et al.*, 1988).

Quanto ao posicionamento dos eletrodos, existem diversas sugestões na literatura. Cada posicionamento será discutido a seguir.

A Figura 1.8 mostra algumas formas de posicionar os eletrodos para o registro do EOG. A forma de colocação procura obter o máximo de informação e diminuir o número de eletrodos para registrar e identificar os movimentos oculares.







**Figura 1.8-** Localização de eletrodos para o registro do EOG, VEOG e HEOG que são o registro de componentes verticais e horizontais de EOG, respectivamente.

Os artefatos oculares, em qualquer parte do escalpo, são função do EOG de ambos os olhos (Girton e Kamiya, 1973). Assim, o posicionamento da Figura 1.8a não é indicado. O arranjo da Figura 1.8b tem a vantagem de usar poucos eletrodos e minimizar o acoplamento dos EOGs verticais e horizontais, mas combina os EOGs horizontais de ambos os olhos que apresentam diferenças significantes (Jervis et al. 1988). Por isso não constitui uma boa escolha para algumas aplicações. O mesmo acontece para o arranjo 1.8e. O caso 1.8d foi apontado por Van den Berg et al. (1994) como o melhor para ser usado com o método de Ifeavor (1993) apesar que mistura os EOGs horizontais. O arranjo 1.8c perde informação dos movimentos horizontais.

Os casos (f), (g) e (h) tentam superar as desvantagens mencionadas. O posicionamento da Figura 1.8i. é sensível aos movimentos verticais, horizontais e às piscadas, mas combina os movimentos verticais e horizontais, tornando-se difícil



distinguí-los. Usando a configuração (j), é possível diminuir a presença de sinais de EEG no EOG registrado (Jervis *et al.*, 1988).

### 1.3 Objetivo

Muitas técnicas para remover os artefatos oculares do EEG têm sido pesquisadas. Barlow (1979) , Quilter *et al.* (1977), Gevins *et al.* (1977), Woestengburg *et al.* (1983), Ifeachor *et al.* (1986), Van den Berg *et al.* (1994), entre outros, propuseram várias técnicas para esta finalidade.

Este trabalho tem como objetivo, estudar de maneira comparativa o uso de técnicas de filtragem na remoção dos artefatos oculares de sinais de EEG. Os resultados permitirão estabelecer o melhor método para uma aplicação específica.

Até agora não se conhece trabalhos de avaliação comparativa dos diversos métodos de filtragem adaptativa. A não existência de uma indicação clara do melhor método a ser utilizado, bem como as vantagens e desvantagens de cada um, constituíram as motivações principais desta dissertação. Objetiva-se portanto, responder estas questões no final deste trabalho. Para isto foram implementadas técnicas de filtragem adaptativa apontadas na literatura para esta aplicação específica. Outros métodos de filtragem adaptativa foram também investigados por serem largamente usados e de grande simplicidade. Além disso, foi implementado um algoritmo subtrativo que é o método mais popular e mais estudado na literatura com a finalidade de compará-lo com os resultados obtido pelos métodos de filtragem adaptativa. Para avaliar o desempenho dos distintos métodos foram feitos vários ensaios tomando-se como parâmetros de comparação o erro médio quadrático e a complexidade dos algoritmos.

#### **1.4 Descrição do Conteúdo Deste Trabalho**

No capítulo 2 será feita uma revisão dos distintos métodos de remoção de artefatos oculares. O capítulo 3 apresenta os métodos que foram implementados para a realização deste trabalho. As equações de cada método são apresentadas, explicando-se o desenvolvimento do algoritmo e finalmente, um resumo com as equações finais de cada um é apresentado após cada descrição.

No capítulo 4 serão apresentadas as metodologias e os testes que foram realizados com os algoritmos. Os resultados também serão apresentados neste capítulo.

Finalmente, as performances de cada método são discutidas, conclusões apresentadas e sugestões para trabalhos futuros.

## **CAPITULO 2 - Métodos de Remoção de Artefatos Oculares**

## 2 Métodos de Remoção de Artefatos Oculares.

Um grande número de técnicas para a remoção de artefatos oculares de EEG tem sido proposto na literatura. Neste capítulo, são apresentadas as técnicas mais comumente utilizadas.

### 2.1 Método de Rejeição

Neste método os artefatos oculares são controlados, rejeitando-se os segmentos do EEG afetados pela interferência. Isto pode levar a perda de importante informação ou dados (Jervis *et al.*, 1988). Por exemplo, em alguns estudos de potenciais relacionado a eventos, parte dos registros contendo artefatos oculares continham também informações úteis, e o descarte destes poderia resultar com que o restante dos dados não fosse representativo (Verleger *et al.* 1982; Gratton *et al.* 1983). Uma técnica comum tem sido monitorar um canal de EOG e considerar que, quando o nível do EOG supera certo limiar, o canal de EEG correspondente contém um nível inaceitável de artefatos oculares. O limiar é determinado subjetivamente antes de reiniciar os registros, observando-se para que níveis do EOG os artefatos oculares impossibilitam a análise do EEG. Um problema deste sistema é que uma inspeção visual do EEG não pode ser usada para determinar se o artefato foi removido totalmente (Jervis *et al.*, 1988). Este método pode também induzir a considerar certos segmentos de EEG contaminados como estando livres de artefatos oculares

O método de rejeição foi também proposto no domínio da frequência por Gevins *et al.* (1977), sem sucesso, devido à problemas inerentes ao método de rejeição, à superposição de espectros dos artefatos e do EEG e o fato de que os AO não ocupam uma banda de frequência fixa (Jervis *et al.*, 1988).

## 2.2 Método de Fixação do Olhar.

Para reduzir a quantidade de dados perdidos pelo método de rejeição, os pacientes são freqüentemente instruídos para fixar os olhos num alvo de modo a não piscar em momentos críticos durante o registro. Contudo, um levantamento foi realizado onde se constatou que mais do 50% das pessoas não podem fixar seus olhos com sucesso (Rowland 1968). Uma forma mais eficiente para controlar os artefatos oculares foi apresentada por Borda e Hablitz (1973). O paciente foi instruído para localizar um sinal de onda quadrada apresentado num *display*. Isto fez que os artefatos oculares dos movimentos diminuíssem, mas não os artefatos devido às piscadas. Este método pode apresentar micro movimentos dos olhos quando o indivíduo procura pela onda quadrada no display, não podendo ser usado com pacientes não cooperativos (Jervis *et al.*, 1988).

## 2.3 Métodos Subtrativos

Este método foi amplamente estudado (Ifeachor *et al.*, 1986; Ifeachor *et al.*, 1988; Jervis *et al.*, 1988; Van den Berg *et al.*, 1994). Todos são baseados no princípio de que o EEG medido é uma combinação linear do EEG e artefatos oculares (AO) como apresentado nas equações a seguir. O diagrama da Figura 2.1 ilustra esta composição.

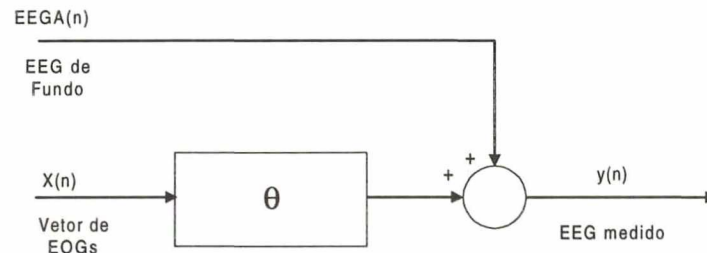
$$EEGA(n) = AO(n) + EEG(n) \quad (1)$$

$$AO(n) = \theta_1 EOG_1(n) + \theta_2 EOG_2(n) + \dots + \theta_j EOG_j(n) \quad (2)$$



onde :

- AO : Artefato ocular.  
 EEGA : EEG contaminado por AO.  
 EEG : EEG livre de artefatos.  
 $\theta_j$  : fatores multiplicativos de cada canal de registro do EOG.  
 $EOG_i$  : Canal de registro do EOG. Função do posicionamento do eletrodo  
 $n$  : Tempo discreto.



**Figura 2.1** Modelo assumido nos métodos subtrativos.  $\theta$  contém os parâmetros que descrevem a relação entre os EOGs e os AO.

O objetivo deste método é calcular o valor dos coeficientes ( $\theta_j$ ) que multiplicarão os componentes do EOG captados pelas diferentes derivações para lograr estimar os artefatos oculares no EEG. Em seguida faz-se a subtração destes para obter o EEG livre de artefatos.

Usualmente assume-se que o EEG livre de artefatos é ruído não correlacionado com média zero. Esta suposição é necessária somente para que  $\theta_j$  tenha uma variância mínima, e para testes estatísticos de significância dos parâmetros estimados para validar o EEG corrigido. Contudo Jervis *et al.* (1988) acharam que o EEG livre de artefatos têm uma correlação significativa. Assume-se também que não existe correlação entre o EEG sem artefatos e o EOG. Em alguns métodos, assume-se que os parâmetros dos AO são invariantes no tempo. Esta suposição não é correta todo o tempo devido a posição das pálpebras que dependendo se estão abertas ou fechadas, influenciam nos parâmetros dos AO (Jervis *et al.*, 1988).

Muitas técnicas *off-line* foram desenvolvidas para o método subtrativo. Um histórico da evolução deste método é apresentado a seguir.

Hillyard e Galambos (1970) consideraram que os artefatos para movimentos verticais de erguer e abaixar os olhos eram iguais, mas foi comprovado que isto não é correto (Jervis *et al.*, 1988). Jervis *et al.* (1988) também observaram que existia uma diferença de 10 a 30% entre os potenciais que originavam os movimentos de subida daqueles que originavam os movimentos de abaixar os olhos.

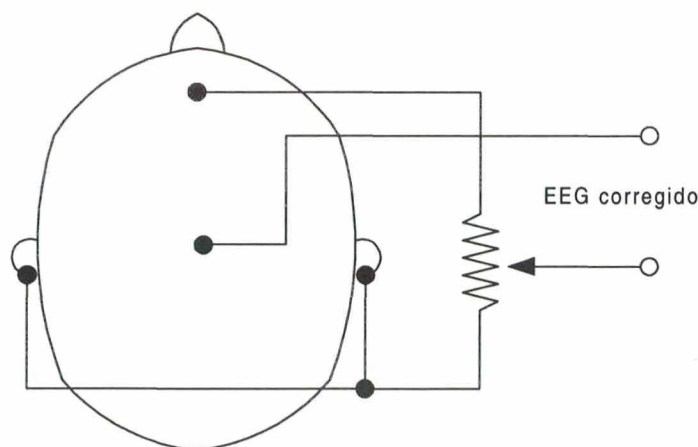
Verlenger *et al.* (1982) posicionaram os eletrodos como mostrado na Figura 1.8a. Contudo, como mencionando, os dois canais verticais de EOG são necessários para empregar o método de subtração. O método de mínimos quadrados foi aplicado a este modelo de um só canal de EOG para obter uma estimativa dos coeficientes  $\theta_j$  da Eq. 2.

Gratton *et al.* (1983) observaram que a maior parte dos métodos de correção de artefatos oculares não distinguia os potenciais dos movimentos oculares daqueles devidos às piscadas e considerava os coeficientes  $\theta_j$  como constantes.

Whitton *et al.* (1978) apresentaram um método subtrativo no domínio da frequência. O método apresentou muitas desvantagens, como o emprego de um só canal de EOG, e a suposição de  $\theta_j$  invariante para cada sujeito. O método também é lento, o que o torna inadequado para aplicações *on-line*.

Quilter *et al.* (1977) apresentaram um método de correção que usa a correlação cruzada dos canais de EOG com o canal (ou canais) de EEG. Neste método, os parâmetros de correção  $\theta_j$  são obtidos diretamente dos dados. Os valores de  $\theta_j$  são diferentes para cada conjunto de dados.

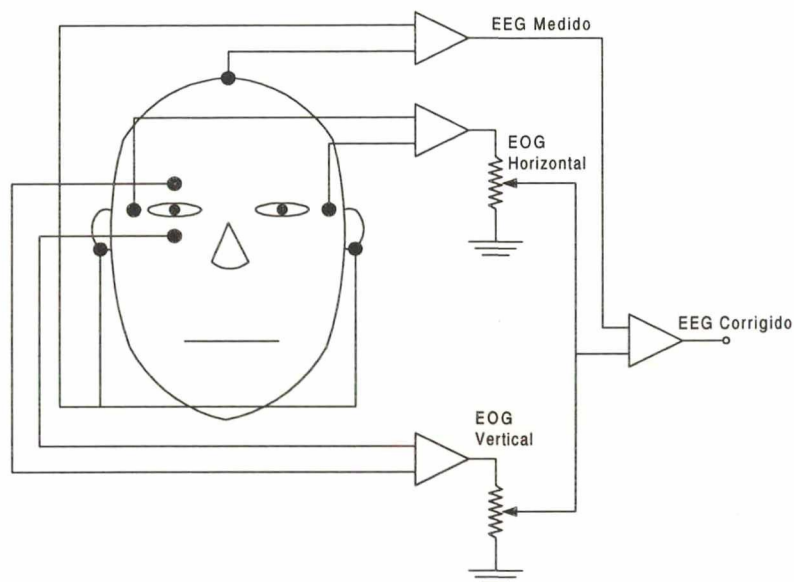
Algoritmos subtrativos para processamento *on-line* também têm sido desenvolvidos. Para aplicações em tempo real, McMallum e Walter (1968) apresentaram uma técnica analógica para a implementação do método subtrativo. Utilizaram um potenciômetro o qual tinha um de seus terminais ligado a um eletrodo frontal de EEG e o outro ligado aos lóbulos das orelhas. O terminal central do potenciômetro era ajustado com o método de tentativa-erro (Figura 2.2) até se perceber visualmente que os AOs diminuíssem. O ajuste do potenciômetro determina o peso  $\theta_j$  para  $AO(n)$  na composição da Eq. 2. A desvantagem óbvia deste método é o ajuste manual do potenciômetro que, para casos de aquisição de vários canais, torna-se trabalhoso, além de estar sujeito a imprecisão. Foi demonstrado que este método não remove os artefatos devido a movimentos verticais (Ifeachor *et al.*, 1986).



**Figura 2.2** Método de correção de artefatos de movimentos oculares de McMallum e Walter (1968).

Girton e Kamiya (1973) também usaram um potenciômetro, incorporando-se três eletrodos à técnica anterior (Figura 2.3). O uso de amplificadores diferenciais melhorou a relação sinal-ruído. Os canais de EOG usados incluíram os dois verticais e um horizontal de ambos olhos. Porém este sistema pode ser ajustado somente para um

tipo de artefato não eliminando artefatos de piscadas e de movimentos simultaneamente (Jervis *et al.*, 1988).



**Figura 2.3** Método de correção de artefatos de movimentos oculares de Girton e Kamiya (1973).

Barlow e Rémond (1981) introduziram um aperfeiçoamento para o método de Girton e Kamiya que foi permitir a utilização dos mesmos canais de EOG para corrigir os artefatos de movimento de cada canal de EEG. Também possibilitaram a escolha independente dos canais de EOG dentro ou fora do circuito implementado e a capacidade de mudar a polaridade do EOG. O método ainda apresentou as mesmas dificuldades dos métodos anteriores.

A maior dificuldade dos métodos de McMallum e Walter (1968), Girton e Kamiya (1973) e Barlow e Rémond (1981) é que não podem ser usados com pessoas não cooperativas (Jervis *et al.*, 1988).



Atualmente, empregam-se técnicas de processamento digital para a implementação do método subtrativo. Uma discussão deste tipo de implementação é apresentada na seção 3.2.

## **2.4 Métodos com Filtros Adaptivos.**

Mais recentemente, filtragem adaptativa vem sendo investigada para a remoção de AO em sinais de EEG. Contudo, as técnicas de filtragem adaptativa não vêm sendo muito utilizadas na remoção de artefatos oculares do EEG. Métodos baseados na filtragem adaptativa têm sido reportados, mas ainda estão sendo investigados. Alguns trabalhos foram apresentados por Sadasivan e Narayana (1997), Sadasivan and Narayana (1994), Rao e Reddy (1995), Benkerrat e Brouguerra (1997).

Devido à tendência de usar filtragem adaptativa e ao seu constante desenvolvimento, este trabalho busca determinar a técnica mais eficiente de filtragem adaptativa para esta finalidade e comparar sua performance com o método subtrativo. Estas técnicas são mais detalhadas no próximo capítulo.



### **CAPITULO 3 - Descrição dos Métodos Investigados**

---

### **3 Descrição dos Métodos Investigados**

Este capítulo descreve as técnicas de remoção de AO do sinal de EEG investigadas neste trabalho. São apresentadas duas seções. A primeira descreve as técnicas de filtragem adaptativa e a segunda o método subtrativo implementado.

#### **3.1 Métodos de Filtragem Adaptativa**

##### **3.1.1 Introdução aos Filtros Adaptativos**

Antes de abordar os métodos que serão avaliados, é necessário fazer uma breve introdução aos filtros adaptativos, com a finalidade de estabelecer a terminologia e a nomenclatura que serão utilizadas.

Quando as características de um sinal e as interferências a que está sujeito são conhecidas e estacionárias é possível calcular um filtro ótimo que diminua ou elimine as interferências (Cohen, 1986)

Quando não se tem informação a priori do sinal e do ruído, o cálculo de um filtro ótimo é muito difícil ou impossível. Os filtros adaptativos são filtros que podem ajustar seus parâmetros baseados nos sinais de entrada do filtro para otimizar sua performance. Assim, um filtro adaptativo requer nenhum ou muito pouco conhecimento do sinal e do ruído. Devido a esta falta de dados sobre o sinal e do ruído, o filtro adaptativo requer um tempo para a adaptação. Durante este período sua performance é insatisfatória. O tempo de adaptação é um parâmetro importante nos filtros adaptativos. Sinais com variações rápidas precisam de filtros com tempos de adaptação curtos. Após a adaptação, o filtro pode seguir satisfatoriamente variações não estacionárias do sinal e do ruído. A imperfeição do filtro para seguir as variações do sinal impede que este se comporte otimamente, porém o decaimento da performance pode ser reduzida na

implementação prática dos filtros (Cohen , 1986). A filtragem se faz da seguinte forma, o sinal na entrada principal é o sinal de interesse mais o ruído; a outra entrada recebe um sinal de referência que deve ter alguma correlação com o ruído e se possível nenhuma correlação com o sinal de interesse. Assim, o sinal de interesse é filtrado inicialmente por um filtro não recursivo de pesos aleatórios. O sinal filtrado é comparado ao sinal de referência através da técnica dos mínimos quadrados. O erro detectado através destas comparações é utilizado para corrigir os valores dos pesos do filtro não recursivo. O processo se repete a cada iteração adaptando constantemente os pesos do filtro de modo a minimizar o erro entre o sinal de interesse e o sinal de referência. Utilizando o EOG como sinal de referência, o erro obtido, correspondente à diferença entre o sinal de interesse (EEG somado ao EOG) e o sinal de EOG, será o sinal de EEG sem ruído.

O filtro adaptativo tem basicamente três partes: o índice de performance para o qual será otimizado; o algoritmo que calcula os pesos do filtro e a estrutura do filtro que efetivamente filtra o sinal.

O índice de performance depende da aplicação do filtro adaptativo. Por exemplo, no caso da eliminação dos artefatos de EOG dos sinais de EEG, o índice seria a preservação da morfologia do EEG. Contudo, devido às dificuldades na obtenção destes índices (pois não se conhece a priori a morfologia do EEG) empregam-se outros critérios, como por exemplo, minimizar o erro quadrático de sua saída.

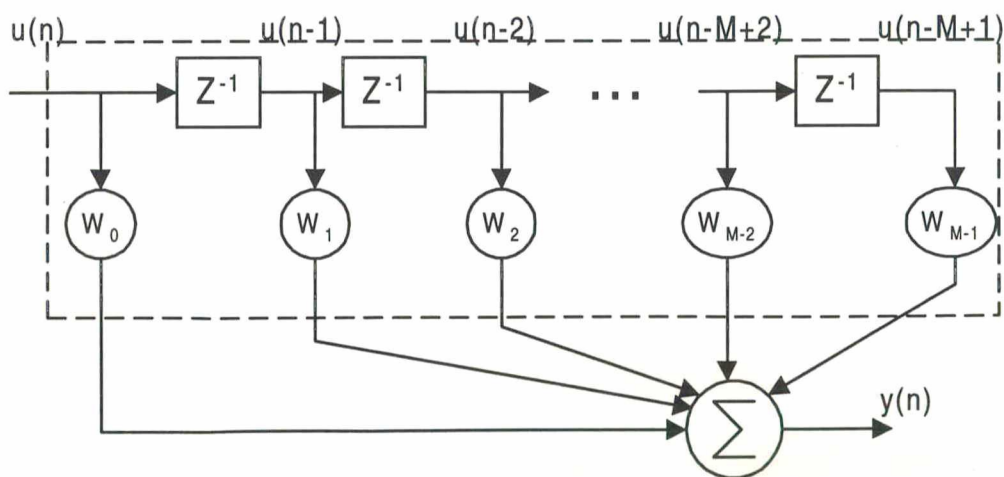
A estrutura do filtro depende até certo ponto do algoritmo e da aplicação. A estrutura mais amplamente usada é a transversal, devido à sua robustez e por permitir a utilização de algoritmos iterativos. Outra estrutura utilizada, mas em menor escala, é a denominada estrutura "*Lattice*", apontada como mais complexa, mas que apresenta melhor convergência e sensibilidade. Optou-se neste trabalho, pela utilização da

estrutura transversal pois esta apresenta convergência para a aplicação proposta e proporciona uma implementação mais rápida. Uma descrição mais detalhada desta estrutura é dada a seguir.

O filtro transversal, tem três elementos básicos, como é mostrado na Figura 3.1 o retardo unitário, o multiplicador e o somador. O número de elementos de retardo é que determina a ordem do filtro. Os multiplicadores cumprem a tarefa de multiplicar as amostras do sinal pelo peso correspondente. O conjunto formado pelos retardos e os multiplicadores é denominado misturador linear uma vez que a saída do filtro é uma combinação linear do valor atual com alguns valores passados da entrada como é mostrado na Eq. 3.

$$y(n) = \sum_{k=0}^{m-1} W_k u(n-k) \quad (3)$$

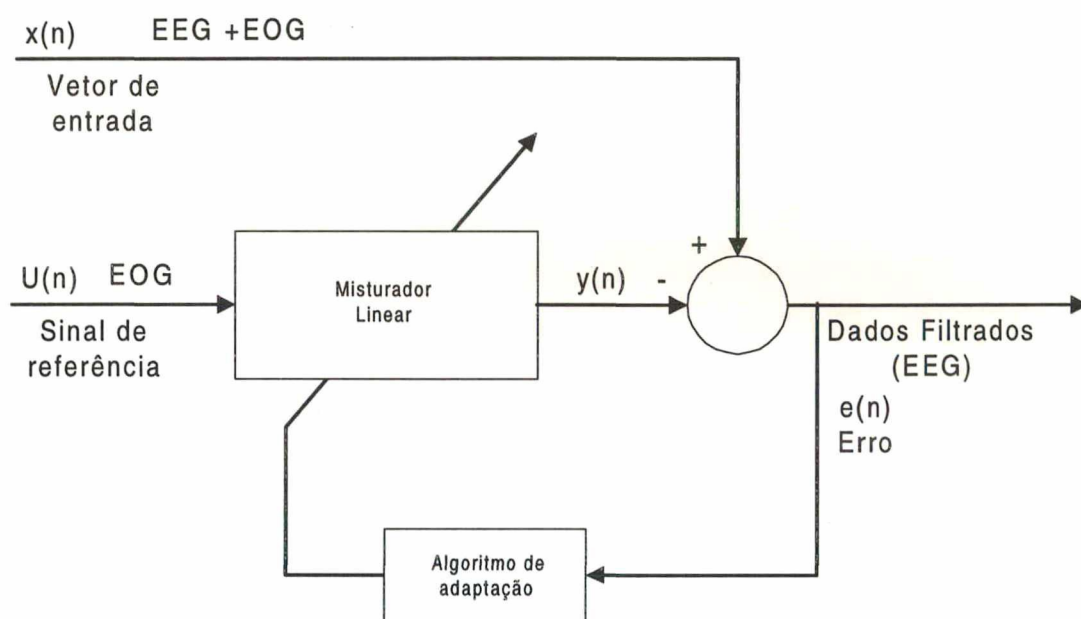
Para o caso de  $W$  complexo se usa o complexo conjugado na Eq. 3. Isto acontece quando temos sinais de entrada também complexos.



**Figura 3.1.-** Diagrama de blocos de um de um filtro transversal.  $Z^{-1}$  representa o retardo unitário;  $W_i$  são os pesos aplicados ou multiplicadores. O bloco encerrado pelas linhas descontinuas e chamado misturador linear.

É possível também obter funções não lineares da entrada na saída; neste caso já não seria aplicável a denominação de misturador linear.

A seguir serão apresentados e discutidos os métodos de filtragem adaptativa que foram utilizados neste trabalho. Para todos os métodos, a denominação dos sinais de entrada e saída do filtro será a utilizada na Figura 3.2 que apresenta a estrutura típica do filtro adaptativo para rejeição de ruído.



**Figura 3.2-** Estrutura típica para o filtro adaptativo usado na rejeição de ruído.

### 3.1.2 Método de Mínimos Quadrados - Normalizado (*Least Mean Square* - LMS)

O algoritmo LMS tem a finalidade de ajustar os pesos do filtro da Figura 3.1 com o objetivo de diminuir o erro quadrático médio que é o índice de performance para este algoritmo (Widrow *et al.*, 1975).

Seja o vetor de pesos :



$$W(n) = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_N]^T \quad (4)$$

Onde T é o operador transposta.

A saída do misturador linear  $y(n)$  é igual ao produto interno do vetor de entrada  $U(n)$  e  $W(n)$ . Matematicamente temos

$$y(n) = W^T(n) \cdot U(n) \quad (5)$$

O erro  $e(n)$  é definido como a diferença entre a saída do misturador linear  $y(n)$ , e o sinal de referência ou sinal desejado  $x(n)$

$$e(n) = x(n) - W^T(n) \cdot U(n) = x(n) - U^T(n) \cdot W(n) \quad (6)$$

Assumindo-se que os sinais de entrada e de referência são estacionários, a expressão do erro quadrático médio em função do vetor  $W(n)$  é dado por:

$$e^2(n) = x^2(n) - 2x(n)U^T(n) \cdot W(n) + W^T(n) \cdot U(n) \cdot U^T(n) \cdot W(n) \quad (7)$$

Aplicando-se o operador de expectância em ambos lados da expressão, tem-se:

$$E[e^2(n)] = E[x^2(n)] - 2E[x(n)U^T(n)]W(n) + W^T(n)E[U(n) \cdot U^T(n)]W(n) \quad (8)$$

Para escrever a Eq. 8 de forma mais compacta, define-se o vetor de correlação cruzada entre o sinal de referência (ou sinal desejado) e o vetor de entrada  $U(n)$ .

$$P(n) = E[x(n)U(n)] = E \left\{ \begin{matrix} x(n)u_0(n) \\ x(n)u_1(n) \\ \vdots \\ x(n)u_N(n) \end{matrix} \right\} \quad (9)$$

A matriz de autocorrelação da entrada é definida como:

$$R(n) = E[U^T(n)U(n)] = E \begin{bmatrix} u_0(n)u_0(n) & u_0(n)u_1(n) & u_0(n)u_2(n) & \cdots & u_0(n)u_N(n) \\ u_1(n)u_0(n) & u_1(n)u_1(n) & u_1(n)u_2(n) & \cdots & u_1(n)u_N(n) \\ u_2(n)u_0(n) & u_2(n)u_1(n) & u_2(n)u_2(n) & \cdots & u_2(n)u_N(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ u_N(n)u_0(n) & u_N(n)u_1(n) & u_N(n)u_2(n) & \cdots & u_N(n)u_N(n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Esta matriz normalmente é simétrica e positiva definida, mas em alguns casos pode ser positiva semidefinida (Widrow et al. 1975).

Utilizando-se as Eq. 9 e 10, pode-se expressar o erro quadrático médio como:

$$E[e^2(n)] = E[x^2(n)] - 2P^T W(n) + W^T(n)R(n)W(n) \quad (11)$$

Note-se que o erro é uma função quadrática de  $W(n)$ , logo é possível representá-lo como uma superfície hiperbolóide côncava. Para ajustar os pesos e obter a solução ótima, é necessário buscar nesta superfície o seu ponto de mínimo (o vértice). Os métodos de gradiente são utilizados para conseguir este objetivo.

O gradiente  $\nabla(n)$  da função de erro é obtida derivando-se a Eq. 11. Assim, obtém-se:

$$\nabla(n) = \begin{Bmatrix} \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_N} \end{Bmatrix} = -2P(n) + 2R(n)W(n) \quad (12)$$

O vetor ótimo de pesos  $W^*$ , denominado vetor de Wiener, é obtido igualando-se o gradiente a zero. Assim :

$$W(n) = -R^{-1}(n)P(n) \quad (13)$$

Esta é conhecida como a equação de Wiener-Hopff (Widrow et al., 1975).

O algoritmo adaptativo LMS trabalha com uma solução aproximada para esta equação de modo a proporcionar operação em tempo real. O algoritmo também não calcula a função de correlação, nem calcula o inverso das matrizes. Este algoritmo é discutido a seguir. A precisão do algoritmo é limitada pela amostragem ou pela quantidade de dados a processar, uma vez que os valores de  $W(n)$  são calculados baseados em medições em tempo real dos sinais de entrada (Widrow *et al.*, 1975).

A solução utilizada pelo algoritmo LMS é implementada com o método *steepest descent* (Widrow *et al.*, 1975), que usa o valor atual  $W(n)$  para calcular seu valor seguinte, somado a uma variação proporcional ao valor negativo do gradiente com o objetivo de encontrar o vértice da superfície hiperbolóide. Logo:

$$W(n+1) = W(n) - \mu \nabla(n) \quad (14)$$

A constante de proporcionalidade  $\mu$  controla a estabilidade e a velocidade de convergência. Ao aumentar seu valor, é possível aumentar a velocidade de convergência, mas pode-se também perder estabilidade devido às maiores variações de  $W(n)$ . Uma proposta para o valor de  $\mu$  é apresentada a seguir.

A estimativa do valor instantâneo do gradiente é obtida, assumindo-se que  $e^2(n)$  (o quadrado do erro para só uma amostra da entrada) é uma estimativa do erro quadrático médio. A relação entre o gradiente verdadeiro e o estimado é dado por :

$$\nabla(n) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_N} \end{array} \right\}_{W=W(n)} \quad \hat{\nabla}(n) = \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial e^2(n)}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial e^2(n)}{\partial w_N} \end{array} \right\}_{W=W(n)} = 2e(n) \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial e(n)}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial e(n)}{\partial w_N} \end{array} \right\}_{W=W(n)} \quad (15)$$

Os componentes do vetor gradiente estimado são dependentes da derivada parcial do erro instantâneo com respeito as componentes do vetor  $W(n)$ . Estes podem ser obtidos derivando-se a Eq. 7. Logo, é possível simplificar a expressão do gradiente obtendo-se:

$$\nabla(n) = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial E[e^2(n)]}{\partial w_N} \end{bmatrix} \right|_{W=W(n)} \quad \hat{\nabla}(n) = \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial e^2(n)}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial e^2(n)}{\partial w_N} \end{bmatrix} \right|_{W=W(n)} = 2e(n) \left. \begin{bmatrix} \frac{\partial e(n)}{\partial w_0} \\ \vdots \\ \frac{\partial e(n)}{\partial w_N} \end{bmatrix} \right|_{W=W(n)} \quad (16)$$

Finalmente, tem-se a equação para atualizar os pesos :

$$W(n+1) = W(n) + 2\mu e(n)U(n) \quad (17)$$

$W(n)$  converge ao valor do vetor de pesos de Wiener ou vetor ótimo, quando as entradas não são correlacionadas no tempo.

O LMS - Normalizado usa uma estimativa para o valor de  $\mu$  normalizando-se o vetor de pesos com base em uma estimativa da potência do sinal (Eq. 20 - Treichler, 1987). Assim as equações que definem esta variante do LMS são as seguintes:

$$y(n) = W^T(n) \cdot U(n) \quad (18)$$

$$e(n) = x(n) - y(n) \quad (19)$$

$$\mu(n) = \frac{\alpha}{\gamma + U^T(n) \cdot U(n)} \quad (20)$$

$$W(n) = W(n-1) + \mu(n)e(n)U(n) \quad (21)$$

onde:

$y(n)$  : Saída do Filtro.  
 $W(n)$  : Vetor de pesos.

$U(n)$	: Vetor de Entrada.
$e(n)$	: Erro.
$x(n)$	: Sinal de referência.
$\mu(n)$	: Fator de adaptação.
$\alpha$	: Constante de adaptação normalizada.
$\gamma$	: Constante positiva ( $0 < \gamma < 2$ )

A complexidade deste algoritmo é de  $2N$  multiplicações

### 3.1.3 Método de Mínimos Quadrados Recursivo (*Recursive Least Mean Square - RLS*)

Para este método, as definições de  $e(n)$ ,  $R(n)$  e  $P(n)$  do LMS são também utilizadas. Para a determinação do vetor  $W(n)$ , utiliza-se a Eq. 13 mais precisa que a Eq. 17 utilizada pelo método LMS. Assim, torna-se necessário determinar os valores de  $R^{-1}(n)$  e  $P(n)$  para calcular  $W(n)$ . Os valores de  $R(n)$  e  $P(n)$  são obtidos através das seguintes equações (Triechler, 1987).

$$P(n+1) = P(n) + x(n)U(n) \quad (22)$$

$$R(n+1) = R(n) + U(n) \cdot U^T(n) \quad (23)$$

Para evitar o cálculo do inverso da matriz  $R(n)$ , o que aumentaria a complexidade do algoritmo, emprega-se o lema de inversão de matrizes (Haykin, 1996):

$$(A + BCD)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}B(DA^{-1}B + C^{-1})^{-1}DA^{-1} \quad (24)$$

Fazendo-se as seguintes equivalências:

$$\begin{aligned} A &= R(n) \\ B &= U(n) \\ C &= 1 \\ D &= U^T(n) \end{aligned} \quad (25)$$

Pode-se associar a Eq. 23 à seguinte expressão:



$$R(n+1) = R(n) + U(n) \cdot U^T(n) = A + BCD \quad (26)$$

Assim, a equação recursiva para a atualização da inversa de  $R(n)$  é obtida:

$$\hat{R}^{-1}(n+1) = \hat{R}^{-1}(n) + \frac{\hat{R}^{-1}(n)U(n) \cdot U^T(n)\hat{R}^{-1}(n)}{1 + U^T(n)\hat{R}^{-1}(n)U(n)} \quad (27)$$

Desta forma, o cálculo direto de  $\hat{R}^{-1}(n)$  é evitado, diminuindo-se a complexidade do algoritmo. O algoritmo RLS pode então ser resumido nas seguintes fórmulas:

$$y(n) = W(n) \cdot U(n) \quad (28)$$

$$e(n) = x(n) - y(n) \quad (29)$$

$$W(n+1) = W(n) + [\hat{R}^{-1}(n) \cdot U(n)] \cdot e(n) \quad (30)$$

$$\hat{R}^{-1}(n+1) = \hat{R}^{-1}(n) - \frac{\hat{R}^{-1}(n) \cdot U(n) \cdot U^T(n) \cdot \hat{R}^{-1}(n)}{1 + U^T(n)\hat{R}^{-1}(n)U(n)} \quad (31)$$

onde:

$W(n)$ ,  $U(n)$ ,  $e(n)$ ,  $\hat{R}^{-1}(n)$ ,  $y(n)$  : Como definidas previamente  
 $\hat{R}^{-1}(n)$ , : Estimativa da inversa da matriz de correlação (EEG+OAs).

O número de multiplicações necessárias é  $2N^2+4N$ .

### 3.1.4 LMS-Newton (LMSN)

Neste método, para minimizar o erro quadrático médio utiliza-se uma implementação aproximada do método de Newton para minimizar uma função com diversas variáveis. Para tal, emprega-se estimativas para a matriz de autocorrelação do sinal de entrada e gradiente da função custo (erro quadrático médio).

As características que este método apresenta motivaram a sua investigação. Por ser um algoritmo com fator de convergência variável, possibilita uma convergência mais rápida e também um erro médio quadrático menor; em caso de sinais não estacionários, o filtro consegue seguir as variações dos sinais. Os algoritmos com fator de convergência fixo são fortemente dependentes a seus parâmetros (Diniz e Biscainho, 1992). O algoritmo é apresentado a seguir:

Seja o vetor de pesos:

$$W(n) = [w_0, w_1, w_2, \dots, w_N]^T \quad (32)$$

A saída do misturador linear  $y(n)$  é, como no caso do LMS-Normalizado :

$$y(n) = \sum_{i=0}^N w_i(n)u(n-i) = W^T(n)U(n) \quad (33)$$

Seguindo os mesmos passos para o LMS-Normalizado, obtém-se a Eq. 8 para a expressão do MSE (ou função custo), tem-se que:

$$MSE = E[e^2(n)] = E[x^2(n)] - 2W^T(n)E[x(n)U(n)] + W^T(n)E[U(n) \cdot U^T(n)]W(n) \quad (34)$$

Se  $W(n)$  sofrer uma variação da forma:

$$W'(n) = W(n) + \Delta W(n) \quad (35)$$

A expressão do MSE torna-se :

$$MSE' = E[x^2(n)] + W^T(n)E[U(n) \cdot U^T(n)]W(n) - 2W^T(n)E[x(n)U(n)] + E[W^T(n)U(n)U^T(n)\Delta W(n) + \Delta W^T(n)U(n)U^T(n)W(n) + \Delta W^T(n)U(n)U^T(n)\Delta W(n) - 2x(n)\Delta W^T(n)U(n)] \quad (36)$$

Uma vez que  $W^T(n)U(n)U^T(n)\Delta W(n) = \Delta W^T(n)U(n)U^T(n)W(n)$  devido à simetria de  $U(n)U^T(n)$ , a equação acima pode ser rescrita:

$$MSE'(n) = MSE(n) + E[2\Delta W^T(n)U(n)U^T(n)W(n) + \Delta W^T(n)U(n)U^T(n)\Delta W(n) - 2x(n)\Delta W^T(n)U(n)] \quad (37)$$

Definindo  $\Delta MSE(n) = MSE'(n) - MSE(n)$  e, aplicando-se a definição do erro  $e(n) = x(n) - y(n)$ , obtém-se:

$$\Delta MSE(n) = E[-2x(n)\Delta W^T(n)U(n)e(n) + \Delta W^T(n)U(n)U^T(n)\Delta W(n)] \quad (38)$$

Para se determinar o valor de  $\Delta W(n)$ , o vetor de coeficientes é recursivamente atualizado na direção dada pela estimativa do gradiente multiplicado pela estimativa da inversa da matriz de autocorrelação (Diniz *et al.*, 1995):

$$W(n) = W(n-1) - \mu \hat{R}^{-1}(n) \hat{V}(n) \quad (39)$$

Onde  $\hat{V} = -2e(n)U(n)$  é a estimativa instantânea do gradiente;  $\hat{R}^{-1}(n)$  é uma estimativa da inversa da matriz de autocorrelação.

Uma estimativa para a inversa da matriz de autocorrelação pode ser estabelecida a partir da definição da matriz de autocorrelação.

$$R(n) = E[U(n)U^H(n)] \quad (40)$$

Empregando-se o procedimento de Robbins-Monro (Diniz *et al.*, 1995) pode calcular-se  $\hat{R}(n)$  resolvendo a seguinte equação:

$$E[U(n)U^H(n) - R(n)] = 0 \quad (41)$$

A solução é dada por (Diniz *et al.*, 1995):

$$\hat{R}(n) = \hat{R}(n-1) + \alpha(n)[U(n)U^H(n) - \hat{R}(n-1)] \quad (42)$$

Onde  $\alpha(n)$  é também chamado de fator de convergência. Este procedimento provê uma boa aproximação para  $R(n)$ , a qual é positiva definida (Diniz *et al.*, 1995). A matriz  $\hat{R}^{-1}(n)$  é calculada usando o lema de inversão de matrizes (Eq. 24.):

$$\hat{R}^{-1}(n) = \frac{1}{1-\alpha(n)} \left\{ \hat{R}^{-1}(n-1) - \frac{\hat{R}^{-1}(n-1)U(n)U^H(n)\hat{R}^{-1}(n-1)}{\frac{1-\alpha(n)}{\alpha(n)} + U^H(n)\hat{R}^{-1}(n-1)U(n)} \right\} \quad (43)$$

Supondo que o fator de convergência  $\mu$  é variável e definido como :

$$\mu(n) = b\alpha(n) \quad (44)$$

Onde  $b$  é um valor fixo e  $\alpha(n)$  variável, então:

$$\Delta W(n) = W(n+1) - W(n) = 2b\alpha(n)\hat{R}^{-1}e(n)U(n) \quad (45)$$

Logo, substituindo as Eqs. 39 e 45 em 38 e, considerando que  $\hat{R}^{-1}(n)$  é simétrica, obtém-se:

$$\Delta MSE(n) = E[-4b\alpha(n)e^2(n)U^T(n)(\hat{R}^{-1}(n))U(n) + 4b^2\alpha^2(n)e^2(n)U^T(n)(\hat{R}^{-1}(n))U(n)U^T(n)(\hat{R}^{-1}(n))U(n)] \quad (46)$$

Onde  $\Delta MSE$  representa a variação do MSE quando uma atualização é realizada no vetor de pesos  $W(n)$ . Se o argumento é tomado como estimativa da variação instantânea do MSE, tem-se:

$$\Delta \hat{MSE}(n) = -4b\alpha(n)e^2(n)U^T(n)(\hat{R}^{-1}(n))U(n) + 4b^2\alpha^2(n)e^2(n)[U^T(n)(\hat{R}^{-1}(n))U(n)]^2 \quad (47)$$

Manipulando a Eq. 43. para calcular a estimativa de  $R^{-1}$  e, aplicando as propriedades de simetria de  $R^{-1}$ , pode ser mostrado que:

$$U^T(n)\hat{R}^{-1}(n)U(n) = \frac{U^T(n)\hat{R}^{-1}(n-1)U(n)}{1+[U^T(n)\hat{R}^{-1}(n-1)U(n)-1]\alpha(n)} \quad (48)$$

Definindo  $\tau(n) = U^T(n)\hat{R}^{-1}(n-1)U(n)$ , logo da equação anterior:

$$U^T(n)\hat{R}^{-1}(n)U(n) = \frac{\tau(n)}{1 + (\tau(n) - 1)\alpha(n)} \quad (49)$$

A Eq. 47 pode ser expressa como:

$$\Delta M\hat{S}E(n) = \frac{4e^2(n)\tau(n)b}{[1 + (\tau(n) - 1)\alpha(n)]^2} [-\alpha(n) + (1 - \tau(n) + \tau(n)b)\alpha^2(n)] \quad (50)$$

O valor de  $\alpha(n)$  tal que  $\frac{\partial \Delta M\hat{S}E}{\partial \alpha(n)} = 0$  é dado por:

$$\alpha(n) = \frac{1}{1 + \tau(n) + 2\tau(n)b} \quad (51)$$

Sem se importar com a faixa de valores assumidos por  $b$ , uma vez que

$$\frac{\partial^2 \Delta M\hat{S}E}{(\partial \alpha(n))^2} = \frac{e^2(n)}{(2\tau^2(n)b^2)(1 - \tau(n)b)^4} > 0 \quad \forall b, \text{ então o valor de } \alpha(n) \text{ da Eq. 51}$$

assegura um ponto mínimo. Assim,  $\alpha(n)$  é parte da equação de atualização de pesos do algoritmo RLS e pode ser interpretado como o valor que fornece o peso ( $W(n)$ ) ótimo para os novos dados de entrada do filtro.

Resumindo, as equações para o LMSN são as seguintes:

$$\mu(n) = b\alpha(n) \quad (52)$$

$$t(n) \stackrel{\Delta}{=} \hat{R}^{-1}(n-1)U(n) \quad (53)$$

$$e(n) = x(n) - W^H(n) \cdot U(n) \quad (54)$$

$$\tau(n) \stackrel{\Delta}{=} U^H(n)t(n) \quad (55)$$

$$W(n) = W(n-1) + \frac{t(n)e^*(n)}{\tau(n)} \quad (56)$$

$$\hat{R}^{-1}(n) = \frac{1 + (2b-1)\tau(n)}{(2b-1)\tau(n)} \left[ \hat{R}^{-1}(n-1) - \frac{t(n)t^H(n)}{2b\tau(n)} \right] \quad (57)$$

Onde :



$W(n), U(n), e(n), y(n)$  : Como definidas previamente  
 $b$  : Constante  
 $\alpha(n)$  : Fator de convergência.  
 $\hat{R}^{-1}(n)$  : Estimativa da inversa da matriz de correlação.

### 3.1.5 Volterra de Segunda Ordem (Second Order Volterra - SOV)

Os filtros adaptativos discutidos até o momento foram projetados para trabalhar com sistemas lineares. Existem autores (Sadasivan e Narayana ,1997; Rao e Reddy, 1995) que consideram que a interferência do EOG sobre o EEG é não linear. Assim, estes autores propuseram filtros adaptativos considerando modelos não lineares para a remoção dos AO do EEG. Um destes filtros é o filtro Volterra de segunda ordem em que o sistema não linear é modelado através de uma serie de Volterra, consistindo-se de uma combinação de coeficientes lineares e quadráticos.

Para este caso, utiliza-se a mesma notação para os sinais de entrada  $U(n)$  e  $x(n)$ . A estimativa do artefato  $y(n)$  presente em  $U(n)$  é modelado como a saída de um filtro Volterra de segunda ordem, sendo expressa por:

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} u(n-i)a_i + \sum_{i=0}^{m-1} \sum_{j=0}^{m-1} u(n-i)y(n-j)b_{ij} \quad (58)$$

Onde  $a_i$  e  $b_{ij}$  são os coeficientes lineares e quadráticos, respectivamente. Pode-se rescrever a equação anterior como:

$$y(n) = U_N^T(n)h_N \quad (59)$$

Onde o novo vetor de entrada  $U_N(n)$  é definido como:

$$U_N(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-m+1), u^2(n), \dots, u^2(n-m+1)]^T \quad (60)$$

O vetor de coeficientes do filtro é definido como:

$$h_N = [a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, b_{0,0}, \dots, b_{m-1,m-1}]^T \quad (61)$$

Sendo  $U_N(n)$  o vetor de entrada e  $h_N$  o vetor de coeficientes do filtro.

Um algoritmo RLS recursivo não linear é utilizado para atualizar as estimativas do vetor de pesos. A função custo a minimizar é (Rao e Reddy 1995):

$$\mathcal{E}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} e(i)^2 \quad 0 < \lambda < 1 \quad (62)$$

onde

$$e(n) = x(n) - y(n) \quad (63)$$

$\lambda$  é denominado fator de esquecimento. Sua função é diminuir a influência dos valores passados do erro instantâneo.

Minimizando  $\mathcal{E}(n)$  as seguintes equações do algoritmo RLS não linear são obtidas (Rao e Reddy, 1995):

$$h_N = [a_0, a_1, \dots, a_{m-1}, b_{0,0}, \dots, b_{m-1,m-1}]^T \quad (64)$$

$$U_N(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-m+1), u^2(n), \dots, u^2(n-m+1)]^T \quad (65)$$

$$h_N(n) = h_N(n-1) + L(n)[x(n) - U_N^T(n)h_N(n-1)] \quad (66)$$

$$L(n) = \frac{P(n-1)U_N(n)}{\lambda(n) + U_N^T(n)P(n-1)U_N(n)} \quad (67)$$

$$P(n) = P(n-1) - \frac{P(n-1)U_N(n)U_N^T(n)P(n-1)}{\lambda(n) + U_N^T(n)P(n-1)U_N(n)} \quad (68)$$

$$\lambda(n) = \lambda_0 \lambda(n-1) + K \quad (69)$$

Onde:

- $h_N(n)$  : Vetor de pesos.
- $e(n)$  : Erro.
- $U_N(n)$  : Vetor de entrada.
- $P(n)$  : Matriz de covariância.
- $L(n)$  : Vetor de ganho de Kalman.
- $\lambda_0$  : Valor inicial do fator de esquecimento
- $\lambda(n)$  : Fator de esquecimento.

$K$  : Constante para aumentar o fator de esquecimento, neste trabalho  $K=0.001$ .

### 3.1.6 Filtro Baseado no Método de Newton. (Newton Based Method - NBM)

Um outro modelo não linear de segunda ordem foi proposto por Sadasivan e Narayana (1997) para a remoção de AO de sinais de EEG. Este algoritmo é apresentado a seguir. Seja a saída do filtro :

$$y(n) = y_l(n) + y_n(n) \quad (70)$$

Onde  $y_l(n)$  é a saída da seção linear do filtro e  $y_n(n)$  a saída da seção não linear do filtro.  $y_l(n)$  e  $y_n(n)$  são expressos por:

$$y_l(n) = a_v^T(n)U(n) \quad (71)$$

$$y_n(n) = U^T(n)A_v(n)U(n) = b_v^T z(n) = z^T(n)b_v(n) \quad (72)$$

Onde  $A_v$  é definida como uma matriz triangular superior (Sadasivan e Narayana, 1997). Portanto,  $A_v$  e  $a_v$  contém os coeficientes do filtro. Logo:

$$a_v(n) = [a_{v1}, a_{v2}, \dots, a_{vN-1}]^T \quad (73)$$

$$b_v(n) = [a_{0,1}, a_{0,2}, \dots, a_{i,i+1}, \dots, a_{i,p-1}, \dots, a_{N-2,N-1}]^T \quad (74)$$

$$z(n) = [y(n)y(n-1), \dots, y(n-i+1)y(n-i), \dots, y(n-N+2)y(n-N+1)]^T \quad (75)$$

Onde a ordem de  $a_v$  é  $N$  e a ordem de  $b_v$  é  $M=N(N-1)/2$

A função custo é dada por:

$$\varepsilon(n) = \frac{\Delta}{n} \sum_{i=1}^n e(i)^2 \quad (76)$$

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x(i) - y(i)]^2 \quad (77)$$

Utilizando Eq. 70, 71 e 72, tem-se:

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [x(i) - a_v^T(n)U(i) - U^T(i)A_v(i)U(i)]^2 \quad (78)$$

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i)^2 + (a_v^T(n)U(i))^2 + (U^T(i)A_v(n)U(i))^2 - 2x(i)a_v^T(n)U(i) - 2x(i)U^T(i)A_v(n)U(i) + 2a_v^T(n)U(i)U^T(i)A_v(n)U(i) \quad (79)$$

Estabelecendo-se que:

$$R_U(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U(i)U^T(i) \quad (80)$$

$$R_{Uz}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n U(i)z^T(i) \quad (81)$$

$$r_{xU}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i)U(i) \quad (82)$$

$$r_{xz}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i)z(i) \quad (83)$$

Pode-se rescrever os termos da Eq. 79. Tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (a_v^T(n)U(i))^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a_v^T(n)U(i)U^T(i)a_v(n) = a_v^T(n)R_U(n)a_v(n) \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (U^T(i)A_v(n)U(i))^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (b_v^T(n)z(i))^2 = b_v^T(n)R_z(n)b_v(n) \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2x(i)a_v^T(n)U(i) &= 2a_v^T(n)r_{xU}(n) \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2x(i)U^T(i)A_v(n)U(i) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2x(i)b_v^T(n)z(i) = 2b_v^T(n)r_{xz}(n) \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2a_v^T(n)U(i)U^T(i)A_v(n)U(i) &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 2a_v^T(n)U(i)z^T(i)b_v(n) = 2a_v^T(n)R_{Uz}b_v(n) \end{aligned} \quad (84)$$

Desta forma a função custo pode ser expressa por:

$$\varepsilon(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(i)^2 + a_v^T(n) R_U(n) a_v(n) + b_v^T(n) R_z(n) b_v(n) - 2a_v^T(n) r_{xz}(n) - 2 + 2a_v^T(n) R_{Uz}(n) b_v \quad (85)$$

Definindo o vetor  $c_v$  (vetor de coeficientes do filtro no instante  $n$ ) de  $(M+N) *$  1 dimensões como:

$$c_v(n) = [a_v^T(n) b_v^T(n)]^T \quad (86)$$

A equação de atualização de Newton se torna (Sadasivan e Narayana 1997):

$$c_v(n) = c_v(n-1) - [H_v(n-1)]^{-1} g_v(n-1) \quad (87)$$

Onde  $g_v(n)$  e  $H_v(n)$  são o vetor gradiente e a matriz Hessiana da função custo com respeito a  $c_v$ , respectivamente. Estes vetores são expressos por:

$$g_v(n-1) = 2 \begin{bmatrix} R_U(n) a_v(n-1) - r_{xU}(n) + R_{Uz}(n) b_v(n-1) \\ R_z(n) b_v(n-1) - r_{xU}(n) + R_{Uz}^T(n) a_v(n-1) \end{bmatrix} \quad (88)$$

$$H_v(n-1) = 2 \begin{bmatrix} R_U(n) & R_{Uz}(n) \\ R_{Uz}^T & R_z(n) \end{bmatrix} \quad (89)$$

Substituindo-se as Eqs. 88 e 89 na Eq. 87, obtém-se o algoritmo adaptativo baseado no método de Newton para atualizar  $c_v(n-1)$ . É preciso notar que se assumiu a existência da inversa da matriz Hessiana para todo  $n$ , mas isto nem sempre é verdadeiro. Para evitar problemas com a singularidade da Hessiana, pode-se adicionar uma matriz diagonal antes de se calcular a inversa da Hessiana. Assim, temos a seguinte equação:

$$H_v'(n-1) = H_v(n-1) + \delta I_{M+P} \quad (90)$$

Onde  $\delta$  é um escalar positivo e pequeno,  $I_{M+P}$  é uma matriz identidade de ordem  $(M+P)*(M+P)$ , Portanto, emprega-se  $H_v'(n)$ .

A inversa da Hessiana pode ser calculada da seguinte forma:



$$H_v^{-1}(n) = \begin{bmatrix} [H_{11} - H_{12}H_{22}^{-1}H_{21}]^{-1} & H_{11}^{-1}H_{12}[H_{21}H_{11}^{-1}H_{12} - H_{22}]^{-1} \\ [H_{21}H_{11}^{-1}H_{12} - H_{22}]^{-1}H_{21}H_{11}^{-1} & [H_{22} - H_{21}H_{11}^{-1}H_{12}]^{-1} \end{bmatrix} \quad (91)$$

Onde  $H_{11}=R_U(n)$ ,  $H_{12}=R_{Uz}(n)$ ,  $H_{21}=R_{Uz}^T(n)$  e  $H_{22}=R_z(n)$ . Até aqui, tem-se o algoritmo exato. Para se obter, uma aproximação, evitando-se o cálculo das matrizes inversas, assume-se que  $R_{Uz}(n)$  é muito pequeno quando comparado a  $R_U(n)$  e  $R_z(n)$  (1:40000). Portanto, é possível considerar os elementos de  $R_{Uz}(n)$  como zeros. Isto melhora a estabilidade numérica do algoritmo e reduz sua complexidade (Sadasivan e Narayana, 1997). A Hessiana aproximada é:

$$\tilde{H}(n) = 2 \begin{bmatrix} R_U(n) & 0 \\ 0 & R_z(n) \end{bmatrix} \quad (92)$$

A matriz Hessiana inversa é dada por:

$$\tilde{H}^{-1}(n) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} R_U^{-1}(n) & 0 \\ 0 & R_z^{-1}(n) \end{bmatrix} \quad (93)$$

Desta forma a ordem de complexidade do cálculo de  $R_U(n)$  e  $R_z(n)$  fica em  $(M^2)$  porque é possível usar o lema de inversão de matrizes. A redução da complexidade é de  $(P^6/8)$  até  $(P^4/4)$ .

Logo, substituindo Eqs. 92 e 93 na Eq. 87 obtém-se o algoritmo baseado no método de Newton:

$$\begin{bmatrix} a_v(n) \\ b_v(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_U^{-1}(n)[r_{xU}(n) - R_{Uz}(n)b_v(n-1)] \\ R_z^{-1}(n)[r_{xU}(n) - R_{Uz}^T(n)a_v(n-1)] \end{bmatrix} \quad (94)$$

Finalmente, em resumo, as equações do filtro são as seguintes:

$$U(n) = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-p)]^T \quad (95)$$

$$Z(n) = [u(n)u(n-1), u(n)u(n-2) \dots u(n-p+2)u(n-p+1)]^T \quad (96)$$

$$a(n) = \hat{R}_y^{-1}(n-1) \{ r_{xy}(n-1) - R_{yz}(n-1)b(n-1) \} \quad (97)$$

$$b(n) = \hat{R}_z^{-1}(n-1) \{ r_{xz}(n-1) - R_{yz}^T(n-1)a(n-1) \} \quad (98)$$

$$\hat{R}_U^{-1}(n) = \frac{n}{n-1} \left[ \hat{R}_U^{-1}(n-1) - \frac{\hat{R}_U^{-1}(n-1)U(n)U^T(n)\hat{R}_U^{-1}(n-1)}{(n-1) + U^T(n)\hat{R}_U^{-1}(n-1)U(n)} \right] \quad (99)$$

$$\hat{R}_z^{-1}(n) = \frac{n}{n-1} \left[ \hat{R}_z^{-1}(n-1) - \frac{\hat{R}_z^{-1}(n-1)Z(n)Z^T(n)\hat{R}_z^{-1}(n-1)}{(n-1) + Z^T(n)\hat{R}_z^{-1}(n-1)Z(n)} \right] \quad (100)$$

$$R_{UZ}(n) = \frac{n-1}{n} R_{UZ}(n-1) + \frac{1}{n} U(n)Z^T(n) \quad (101)$$

$$r_{xU}^{-1}(n) = \frac{n-1}{n} r_{xU}(n-1) + \frac{1}{n} x(n)U(n) \quad (102)$$

$$r_{xz}^{-1}(n) = \frac{n-1}{n} r_{xz}(n-1) + \frac{1}{n} x(n)Z(n) \quad (103)$$

Onde :

- $U(n)$  : Vetor de entrada.
- $Z(n)$  : Vetor de entrada não linear.
- $\hat{R}^{-1}(n)$  : Estimativa da matriz inversa de correlação para as entradas (Y or Z).
- $a(n)$  : Vetor de pesos para a entrada Y.
- $b(n)$  : Vetor de pesos para a entrada Z.
- $R_{uz}$  : Matriz de correlação cruzada de Y e Z.
- $r_{xu}(n)$  : Vetor de correlação cruzada para x e Y.
- $r_{xz}(n)$  : Vetor de correlação cruzada para x e Z.

Para este método, a ordem de complexidade é  $N^4$

### 3.2 Método Subtrativo ( *Subtractive Method* - SM).

Um dos métodos mais utilizados para a remoção dos artefatos oculares de sinais de EEG é o método subtrativo proposto por Ifeachor *et al.* (1986). Para estudar a eficácia dos métodos de filtragem adaptativa, este método foi implementado como referência por ter sido já implementado com sucesso em um sistema para remoção de artefatos oculares (Ifeachor *et al.*, 1993).

Este método utiliza um algoritmo recursivo RLS para seguir as variações dos parâmetros. Para isto, minimiza-se a seguinte função custo:

$$\varepsilon(n) = \sum_{i=1}^{\Delta} \lambda^{m-i} e(i)^2 \quad 0 < \lambda < 1 \quad (104)$$

Onde  $\lambda$  é denominado de fator de esquecimento. Os valores típicos para esta variável estão entre 0.98 e 1. Minimizando a função custo, chega-se as seguintes equações (Ifeachor *et al.* 1986):

$$\hat{\theta}_m = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T \quad (105)$$

$$\hat{\theta}(n+1) = \hat{\theta}(n) + P(n+1)X(n+1)z(n+1) \quad (106)$$

$$a(n+1) = \lambda + X^T(n+1)P(n)X(n+1) \quad (107)$$

$$z(n+1) = y(n+1) - X^T(n+1)\theta(n) \quad (108)$$

$$X^T(n+1) = [x_1(n+1), x_1(n+1), x_1(n+1), \dots, x_m(n+1)] \quad (109)$$

$$P(n+1) = \frac{1}{\lambda} \left[ P(n) - \frac{P(n)x(n)x^T(n)P(n)}{a(n+1)} \right] \quad (110)$$

onde:

$\hat{\theta}^{-1}$	: Estimativa dos pesos para os canais deEOG
$y(n)$	: Dados de entrada (EEG+AO)
$X(n)$	: Vetor de entrada dos canais de EOG (VEOG and HEOG)
$P$	: Matriz de covariância .
$\lambda$	: Fator de esquecimento.
$z(n)$	: Erro.

O algoritmo requer de  $3N^2+3N$  multiplicações.

---

---

## **CAPITULO 4 - Ensaaios e Simulações Realizados**

## **4 Ensaios e Simulações Realizados**

Para avaliar o desempenho dos métodos de filtragem descrito no capítulo 3, definiu-se um conjunto de testes, ao qual cada um deles foi submetido. Os resultados gerados nos ensaios foram comparados para determinar as capacidades e limitações de cada um dos métodos implementados. Nas seções seguintes, são apresentadas as rotinas de testes e os resultados obtidos por cada um dos métodos.

A ultima seção apresenta o tempo de execução de cada um dos algoritmos descritos visando avaliar a potencialidade de uma aplicação em tempo real.

### **4.1 Tipos de Sinais Usados nos Testes**

Para comparar os sinais filtrados e observar a preservação de sua morfologia foi preciso gerar sinais de EEG contaminados por artefatos oculares (AO) de forma artificial. Para isto, dois tipos de composição de AO e sinais de eletro-oculograma foram utilizados. Primeiramente, uma relação linear entre os AO e os sinais de EOG foi empregada. Esta relação linear tem sido amplamente estudada e vários trabalhos suportam a validade desta relação (Ifeachor et al. 1986, Ifeachor et al. 1988, Van den Berg-Lenssen et al. 1994). Em segundo lugar, testou-se a resposta dos métodos para relações não lineares. Usou-se dois tipos de composição não linear. Um tipo foi sugerido por Harris et al. (1994) para avaliar a resposta de sistemas lineares perante não linearidades. Emprega-se neste trabalho esta relação para representar a interferência do EOG no EEG, o objetivo não é modelar o EOG como AO no EEG, mas sim avaliar os métodos de filtragem. A segunda composição não linear foi proposta por Sadasivan et al. (1997) para representar a relação entre o EOG e os AO. A seguir é apresentado o equacionamento de cada uma das composições mencionadas.



A relação linear entre o EEG e os AO é dada pelas seguintes equações:

$$ECL(n) = AO(n) + EEG(n) \quad (111)$$

$$AO(n) = m_1 VEOG_1(n) + m_2 VEOG_2(n) + \dots + m_m HEOG(n) \quad (112)$$

Onde os AOs são modelados como uma combinação linear de  $m$  canais de EOG:

- $ECL$  : EEG contaminado linearmente pelo EOG.
- $EEG$  : EEG livre de artefatos
- $m_i$  : Fatores multiplicativos para compor o EOG.
- $VEOG$  : EOG vertical.
- $HEOG$ : EOG horizontal.
- $n$  : Tempo discreto.

A relação não linear proposta por Harris et al. (1994) é expressa pelas seguintes equações:

$$AO(n) = N\{VEOG_1(n)\} + N\{VEOG_2(n)\} + N\{HEOG(n)\} \quad (113)$$

$N\{\}$  é uma função não linear definida como:

$$N\{s(t)\} = \text{sign}\{s(t)\} |s(t)|^\beta \quad (114)$$

Onde  $s(t)$  é uma função qualquer.

O parâmetro  $\beta$  controla o grau de não linearidade. Nos testes descritos a seguir,  $\beta$  foi escolhido igual a 2 para simular os artefatos devido aos movimentos oculares. Um valor igual a 1.5 foi usado para simular os AO devido às piscadas. Os valores foram arbitrariamente escolhidos para se obter distorções semelhantes (morfologicamente) às interferências de EOG no EEG.

Para a segunda forma de não linearidade proposta por Sadasivan e Narayana (1997), os AO são modelados com um polinômio de terceira ordem :

$$AO = \beta \cdot f(\tau(n)) \quad (115)$$

$$f(\tau(n)) = \tau(n) + \tau^2(n) + \tau^3(n) \quad (116)$$

Onde:  $\tau(n)$  é a função sigmóide que tem como argumento uma combinação linear dos canais de EOG;  $\beta$  é uma constante que controla a amplitude dos AO. As equações que completam este modelo de relação não linear são (Sadasivan e Narayana 1997):

$$\tau(n) = \frac{2}{[1 + e^{-\varpi(n)}]} - 1 \quad (117)$$

$$\varpi(n) = d^T u(n) \quad (118)$$

$$d = [d_0, d_1, \dots, d_{k-1}] \quad (119)$$

$$u(n) = [EOG(n), EOG(n-1), \dots, EOG(n-1+k)]^T \quad (120)$$

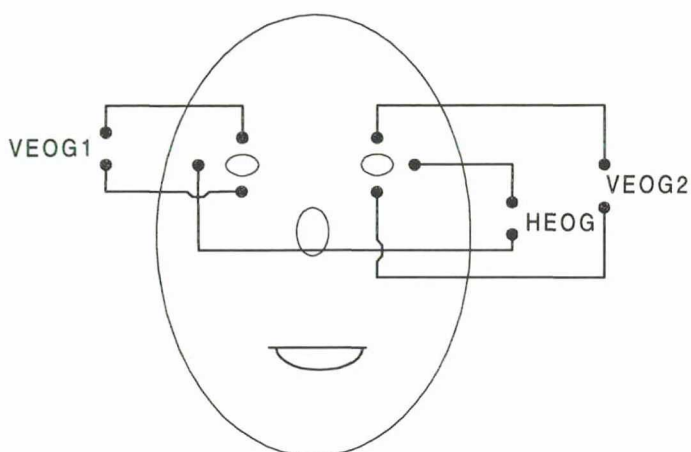
$$EOG(n) = m_1 VEOG_1(n) + m_2 VEOG_2(n) + m_3 HEOG(n) \quad (121)$$

Onde:

$f(\cdot)$	: Função não linear.
$\tau$	: Função sigmoide.
$d$	: Vetor aleatório.
$EOG$	: EOG composto(soma dos canais verticais mais o canal horizontal).
$m_i$	: Pesos do EOG.
$VEOG(n)$	: EOG vertical.
$HEOG(n)$	: EOG horizontal
$n$	: Tempo Discreto.

Para se ter sinais de EEG livres de qualquer interferência de AO e que não sejam correlacionados com o sinal de EEG, optou-se por utilizar sinais de EEG e EOG amostrados independentemente. Os sinais de EEG foram obtidos de um banco de dados (ANDEE – <http://www.ai.univie.ac.at/oefai/nn/anndee/data.html>). Os sinais de EOG foram registrados utilizando um sistema comercial de aquisição de dados (MP2100 Biopac Systems Inc.).

Para o registro dos sinais de EOG foi utilizada uma distribuição de eletrodos que registra os dois EOGs verticais e um EOG horizontal de ambos olhos (Figura 4.1). Esta distribuição de eletrodos foi recomendada por Van den Berg-Lenssen et al. (1994).



**Figura 4.1-** Distribuição dos eletrodos recomendado por van den Berg-Lenssen et al. (1994).

#### 4.2 Testes de Desempenho com Sinais Contaminados Artificialmente

Nesta seção apresentam-se os resultados dos testes realizados com sinais de EEG normais.

O objetivo destes testes é determinar qual dos métodos apresenta melhor desempenho na remoção dos artefatos oculares. Para isto, os mesmos sinais de EEG, contaminados artificialmente com AOs (com origem em movimentos verticais, horizontais dos olhos e piscadas), foram filtrados com cada um dos métodos. Os filtros adaptativos foram avaliados para ordens de 2, 4, 6 e 10. A ordem dos filtros corresponde ao número de amostras que o vetor de entrada do filtro utiliza. O sinal de referência constituiu-se em todos os casos por uma combinação linear dos canais de EOG registrado (Eq.122 ).

$$REF = k_1 HEOG + k_2 VEOG1 + k_3 VEOG2 \quad (122)$$

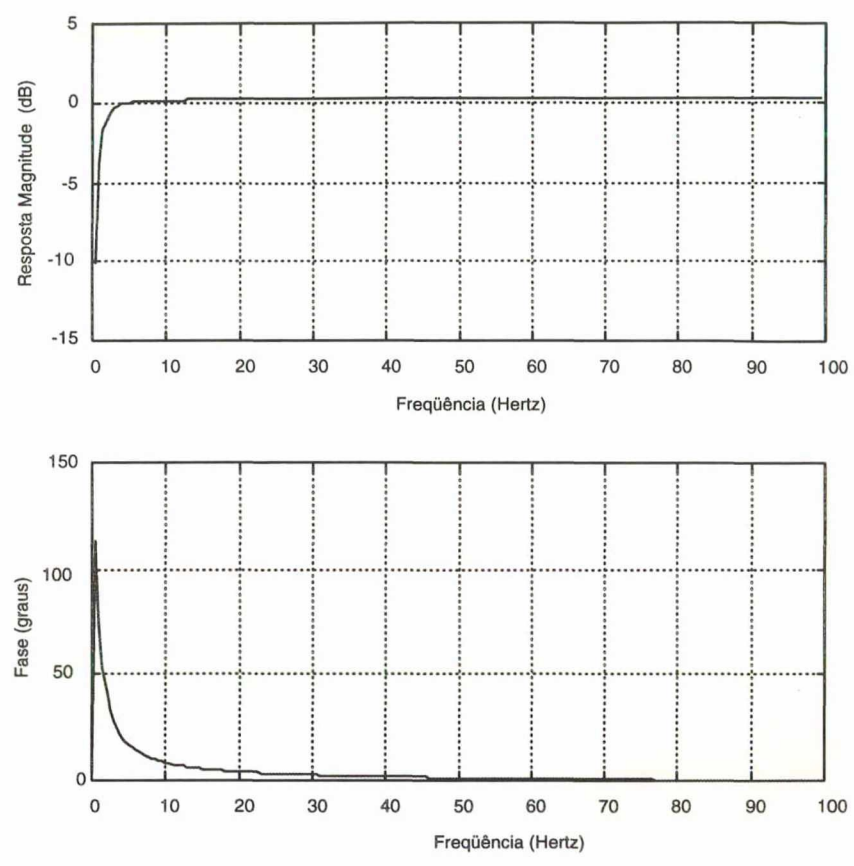
onde

- $k_i$  : Constantes (para os testes aqui realizados  $k_i=1$ )
- $VEOG1$  : EOG vertical esquerdo.
- $VEOG2$  : EOG vertical direito.
- $HEOG(n)$  : EOG horizontal esquerdo.

No caso do método subtrativo, foram usadas como entradas para o filtro os três canais de EOG (horizontal, vertical esquerdo e direito).

O erro quadrático médio é calculado entre o sinal de EEG filtrado e o sinal de EEG original, este é usado para avaliar a performance dos filtros verificando qual é o método que preserva melhor o sinal de EEG.

Os testes realizados foram: EEG contaminado separadamente com AO devido a movimentos horizontais, verticais e piscadas. Para cada um dos casos, a interferência foi gerada usando-se os três tipos de composição (Seção 4.1) entre os canais de EOG e os AO apresentados. O procedimento constituiu-se em filtrar os sinais gerados com cada um dos métodos. O erro quadrático médio do sinal de EEG filtrado em relação ao sinal de EEG original foi calculado para cada um dos casos. Além disso, repetiu-se estes testes, eliminando-se inicialmente a componente DC do sinal de EEG. Para isto um foi utilizado um filtro digital Notch centrado em 0Hz e com largura de banda de 1.5Hz, a resposta em frequência é apresentada na Figura 4.2.



**Figura 4.2** Resposta em frequência do filtro Notch utilizado para remover a componente DC do EEG.

As condições iniciais são apresentadas na Tabela 4-1:

**Tabela 4-1** Condições iniciais dos métodos de remoção de AO do EEG. I= matriz identidade.

LMS	RLS	LMSN	SOV	NBM	SM
$W(0)$ : uns $\alpha$ : 0.036 $\gamma$ : 0.0001	$W(0)$ : uns $\hat{R}^{-1}(0)$ : I	$W(0)$ : uns $b$ : 30 $\hat{R}^{-1}(0)$ : I	$h_v(0)$ : zeros $P(0)$ : I $L(0)$ : zeros $\lambda(0)$ : 0.95 $\lambda_0$ : 0.99	$\hat{R}^{-1}(0)$ : 200*I $a(0)$ : uns. $b(0)$ : uns. $R_{vz}(0)$ : uns.	$\hat{\theta}^{-1}$ : aleatório $P(0)$ : I $\lambda$ : 0.98



### 4.2.1 Relação Linear Entre o EOG E os AOs

As Tabelas contendo o erro quadrático médio (MSE) correspondentes ao caso da relação linear entre o EOG e os AO apresentam duas partes (a) Para o caso do EEG com DC e (b) no caso do sinal de EEG sem DC.

**Tabela 4-2** MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA devido movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	0.211	5.497	0.201	16.867	0.615	2	0.094	2.067	0.154	2.489	0.265
4	0.213	1.842	0.242	20.473	0.513	4	0.097	0.263	0.135	2.985	4.128
6	0.214	1.212	0.250	21.648	0.511	6	0.109	0.143	0.140	4.221	3.245
8	0.220	0.984	0.263	22.157	0.523	8	0.120	0.120	0.141	5.272	2.582
10	0.223	0.843	0.272	22.921	0.512	10	0.124	0.098	0.144	5.830	2.672
<hr/> SM ( $\times 10^{-3}$ ) <hr/> 2.315						<hr/> SM ( $\times 10^{-3}$ ) <hr/> 0.555					

**Tabela 4-3** MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA originado por movimentos verticais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	3.159	10.764	3.168	30.850	10.086	2	0.682	3.326	0.807	19.001	4.163
4	3.170	2.037	3.197	26.833	9.942	4	0.695	0.246	0.787	15.659	5.456
6	3.172	1.667	3.207	22.640	9.783	6	0.703	0.130	0.793	12.956	5.147
8	3.171	1.380	3.223	20.193	9.725	8	0.706	0.099	0.797	9.341	5.149
10	3.169	1.155	3.230	18.424	9.565	10	0.706	0.084	0.807	6.783	5.212
<hr/> SM ( $\times 10^{-3}$ ) <hr/> 3.167						<hr/> SM ( $\times 10^{-3}$ ) <hr/> 0.873					

**Tabela 4-4** MSE para os sinais simulados com interferência linear de OA devido a piscadas com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	2.823	2.381	3.604	3.477	39.158	2	0.256	0.837	0.458	1.275	18.975
4	2.817	2.752	3.596	3.226	38.587	4	0.256	0.433	0.378	0.887	20.206
6	2.763	2.274	3.548	3.161	38.207	6	0.247	0.455	0.386	1.160	19.554
8	2.698	2.246	3.438	3.905	37.121	8	0.240	0.521	0.390	1.477	18.832
10	2.615	1.925	3.373	3.477	36.318	10	0.234	0.454	0.407	1.458	18.319

SM ( $\times 10^{-3}$ ) 4.888						SM ( $\times 10^{-3}$ ) 0.862					
-------------------------------------	--	--	--	--	--	-------------------------------------	--	--	--	--	--

**Tabela 4-5** Média das Tabelas 4-2,4-3 e 4-4.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	2.064	6.214	2.324	17.065	16.620	2	0.344	2.077	0.473	7.588	7.801
4	2.067	2.210	2.345	16.844	16.347	4	0.349	0.314	0.433	6.510	9.930
6	2.050	1.718	2.335	15.816	16.167	6	0.353	0.243	0.440	6.112	9.315
8	2.030	1.537	2.308	15.418	15.790	8	0.355	0.247	0.443	5.363	8.854
10	2.002	1.308	2.292	14.941	15.465	10	0.355	0.212	0.453	4.690	8,734

SM ( $\times 10^{-3}$ ) 3.457						SM ( $\times 10^{-3}$ ) 0.763					
-------------------------------------	--	--	--	--	--	-------------------------------------	--	--	--	--	--

#### 4.2.2 Primeiro Modelo de Relação não Linear Entre os AO e os Sinais de EOG

As Tabelas para a relação não linear proposto por Harris et al. (1994) são apresentadas a seguir e na mesma ordem de apresentação da seção anterior.

**Tabela 4-6** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (primeiro modelo) de OA devido a movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	1.180	29.435	1.350	4.843	1.822	2	0.724	23.250	0.951	4.856	0.895
4	1.167	1.407	1.349	6.675	1.933	4	0.718	1.551	0.836	4.692	2.807
6	1.168	1.277	1.353	8.152	1.940	6	0.718	1.081	0.837	3.047	3.609
8	1.168	1.205	1.352	9.827	1.947	8	0.716	0.944	0.843	2.104	3.182
10	1.165	1.125	1.351	10.880	1.974	10	0.708	0.901	0.842	1.872	3.084
SM ( $\times 10^{-3}$ ) 3.075						SM ( $\times 10^{-3}$ ) 1.185					

**Tabela 4-7** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (primeiro modelo) de OA com origem em movimentos verticais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	13.618	11.547	13.654	10.866	14.249	2	13.380	10.276	13.583	9.003	14.077
4	13.600	12.410	13.643	10.399	14.254	4	13.364	11.134	13.477	9.043	14.070
6	13.596	13.172	13.638	9.914	14.251	6	13.363	11.868	13.472	8.733	14.005
8	13.598	13.423	13.634	9.697	14.255	8	13.368	12.138	13.480	8.408	13.945
10	13.602	13.543	13.637	9.741	14.274	10	13.375	12.314	13.486	8.273	13.947
SM ( $\times 10^{-3}$ ) 3.951						SM ( $\times 10^{-3}$ ) 1.483					

**Tabela 4-8** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (primeiro modelo) de OA com origem em piscadas com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	23.728	34.543	23.736	30.876	25.247	2	23.388	29.769	24.016	26.898	25.056
4	23.769	26.139	23.816	28.751	25.306	4	23.430	22.026	23.633	24.987	24.777
6	23.770	25.963	23.837	28.872	25.412	6	23.433	22.514	23.627	25.441	24.562
8	23.738	26.003	23.822	29.447	25.528	8	23.396	22.939	23.582	26.055	24.332
10	23.703	26.148	23.800	29.385	25.608	10	23.358	23.363	23.543	26.350	24.008
SM ( $\times 10^{-3}$ ) 3.951						SM ( $\times 10^{-3}$ ) 14.553					

**Tabela 4-9** Média das Tabelas 4-6, 4-7 e 4-8.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	12.842	25.175	12.913	15.528	13.773	2	12.497	21.098	12.850	13.586	13.343
4	12.845	13.319	12.936	15.275	13.831	4	12.504	11.570	12.649	12.907	13.885
6	12.845	13.471	12.943	15.646	13.868	6	12.505	11.821	12.645	12.407	14.059
8	12.835	13.544	12.936	16.324	13.910	8	12.493	12.007	12.635	12.189	13.820
10	12.823	13.605	12.929	16.669	13.952	10	12.480	12.193	12.624	12.165	13.680

SM ( $\times 10^{-3}$ )
3.659

SM ( $\times 10^{-3}$ )
5.740

#### 4.2.3 Segundo Modelo de Relação não Linear Entre os AO e os Sinais de EOG.

As Tabelas apresentadas nesta seção contêm os resultados obtidos com o sinal de EEG composto com AO através da relação não linear proposta por Sadasivan e Narayana (1997). A seqüência de apresentação dos resultados é similar às seções anteriores.

**Tabela 4-10** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA gerado por movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	8.871	10.420	71.683	6.797	8.520	2	5.241	29.150	2.922	4.022	4.646
4	8.818	15.305	12.643	6.704	5.585	4	5.118	5.228	2.658	2.541	3.724
6	8.784	22.113	11.199	6.648	5.227	6	5.036	4.774	2.541	2.076	4.150
8	8.763	29.095	10.586	6.606	4.925	8	4.974	4.575	2.466	2.951	3.364
10	8.746	34.133	10.260	6.562	4.687	10	4.928	4.495	2.412	4.625	2.992

SM ( $\times 10^{-3}$ )
3.477

SM ( $\times 10^{-3}$ )
1.029



**Tabela 4-11** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA gerado por em piscadas com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	23.248	14.860	25.388	23.017	24.533	2	14.781	17.178	14.818	8.146	15.888
4	23.156	14.820	19.328	22.882	24.105	4	14.696	11.656	14.552	8.199	15.396
6	23.086	14.510	20.151	22.807	23.927	6	14.635	12.156	14.476	7.946	34.639
8	23.038	14.366	20.836	22.755	23.760	8	14.594	12.507	14.429	7.716	14.999
10	23.000	14.463	21.393	22.711	23.605	10	14.564	12.806	14.395	7.691	14.872
SM ( $\times 10^{-3}$ )						SM ( $\times 10^{-3}$ )					
5.867						1.840					

**Tabela 4-12** MSE para os sinais simulados com interferência não linear (segundo modelo) de OA com origem em movimentos horizontais dos olhos com (a) e sem (b) componente DC.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	41.872	35.903	41.954	41.928	40.871	2	35.809	38.761	36.222	36.290	35.115
4	41.813	36.878	35.420	41.698	40.495	4	35.813	32.549	35.649	36.612	34.801
6	41.808	38.703	36.093	41.668	40.395	6	35.824	32.733	35.564	38.047	15.153
8	41.848	38.547	36.807	41.699	40.406	8	35.862	33.359	35.585	38.261	34.580
10	41.890	38.479	37.248	41.717	40.434	10	35.903	33.639	35.584	37.929	34.678
SM ( $\times 10^{-3}$ )						SM ( $\times 10^{-3}$ )					
11.951						7.159					

**Tabela 4-13** Média das Tabelas 4-10, 4-11 e 4-12.

(a)						(b)					
Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )
2	24.664	20.394	46.342	23.914	24.641	2	18.610	28.363	17.987	16.153	18.550
4	24.596	22.334	22.464	23.761	23.395	4	18.542	16.478	17.620	15.784	17.974
6	24.559	25.109	22.481	23.708	23.183	6	18.498	16.554	17.527	16.023	17.981
8	24.550	27.336	22.743	23.687	23.030	8	18.477	16.814	17.493	16.309	17.648
10	24.545	29.025	22.967	23.663	22.909	10	18.465	16.980	17.464	16.748	17.514
SM ( $\times 10^{-3}$ )						SM ( $\times 10^{-3}$ )					
7.098						3.343					

### 4.3 Testes com EEG Complexos Espícula - Onda Lenta.

O objetivo deste conjunto de testes foi avaliar a capacidade dos métodos em preservar a morfologia de eventos patológicos, o teste foi realizado com sinais de EEG



que continham complexos espícula - onda lenta característicos da epilepsia de pequeno mal. O procedimento foi similar aos testes anteriores, ou seja, o EEG (contendo eventos epileptiformes) foi composto com AO gerado com os três modelos discutidos na seção 4.1. Para estes testes foi previamente filtrada a componente DC. Os resultados são apresentados nas seguintes tabelas.

#### 4.3.1 Interferência Linear de AO.

**Tabela 4-14** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de movimentos verticais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	0,534	194,570	23,054	0,375	1,080	15.219
4	0,619	154,915	1,374	0,382	1,806	
6	0,796	130,785	2,204	0,434	2,742	
8	1,025	140,067	5,845	0,559	3,345	
10	1,248	174,206	7,404	0,694	4,413	

**Tabela 4-15** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de movimentos horizontais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	7,736	211,883	123,563	2,330	3,524	18,445
4	7,643	193,441	4,042	2,186	21,316	
6	7,609	187,192	2,674	2,066	21,879	
8	7,608	192,416	1,826	2,064	22,185	
10	7,600	192,427	1,099	2,040	22,431	

**Tabela 4-16** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência linear de piscadas.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	0,197	86,960	11,471	0,282	1,433	56,278
4	0,476	89,874	5,671	0,437	3,598	
6	0,575	81,834	4,219	0,510	3,839	
8	0,612	77,711	3,365	0,591	4,733	
10	0,658	70,866	2,987	0,640	5,109	

**Tabela 4-17** Média das Tabelas 14,15 e 16.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	2,822	164,471	52,696	0,996	2,012	29,464
4	2,913	146,077	3,696	1,002	8,907	
6	2,993	133,270	3,032	1,003	9,487	
8	3,082	136,731	3,679	1,071	10,088	
10	3,169	145,833	3,830	1,125	10,651	

### 4.3.2 Interferência não Linear (Primeiro modelo) de AO.

**Tabela 4-18** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de movimentos verticais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	4,030	162,626	18,946	0,375	4,000	12,302
4	4,065	171,076	5,056	0,370	0,891	
6	4,150	118,736	5,414	0,435	2,144	
8	4,334	156,795	7,372	0,552	3,564	
10	4,498	285,308	8,656	0,700	4,697	

**Tabela 4-19** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de movimentos horizontais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	2,889	29,419	74,639	3,435	2,908	13,061
4	2,821	26,142	8,298	3,428	3,106	
6	2,792	26,645	4,721	3,434	3,390	
8	2,790	22,451	4,338	3,440	4,480	
10	2,810	18,679	4,080	3,454	5,627	

**Tabela 4-20** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de piscadas.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	26,923	36,087	29,696	22,705	27,007	21,892
4	26,848	32,755	22,395	22,621	27,602	
6	26,667	31,475	22,340	22,491	32,039	
8	26,464	31,251	22,574	22,335	37,304	
10	26,319	32,828	22,612	22,225	42,994	

**Tabela 4-21** Média das Tabelas 4-19,4-18 e 4-20.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	11,281	76,044	41,094	8,838	11,305	15,752
4	11,245	76,658	11,916	8,806	10,533	
6	11,203	58,952	10,825	8,787	12,524	
8	11,196	70,166	11,428	8,776	15,116	
10	11,209	112,272	11,783	8,793	17,773	

### 4.3.3 Interferência não Linear (segundo modelo) de AO.

**Tabela 4-22** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (segundo modelo) de movimentos verticais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	12,881	185,741	70,179	10,954	12,463	16,815
4	12,800	230,971	16,205	10,795	9,442	
6	12,780	178,212	16,538	10,684	9,493	
8	12,890	187,218	17,753	10,614	9,997	
10	12,972	280,206	18,408	10,550	10,486	

**Tabela 4-23** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (segundo modelo) de movimentos horizontais dos olhos.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	19,083	36,535	151,289	22,712	20,455	18,921
4	18,820	29,252	20,201	22,541	20,615	
6	18,671	29,466	18,728	22,491	20,464	
8	18,608	25,583	19,286	22,457	20,790	
10	18,603	21,979	19,641	22,454	21,426	

**Tabela 4-24** MSE para o caso de EEG com espículas e interferência não linear (primeiro modelo) de piscadas.

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	33,470	49,845	40,498	31,973	32,979	33,185
4	33,545	45,477	32,321	31,860	34,843	
6	33,513	45,676	31,923	31,698	38,314	
8	33,440	45,442	32,452	31,505	41,776	
10	33,352	47,291	32,430	31,288	45,198	

**Tabela 4-25** Media das Tabelas 4-22,4-23 e 4-24

Ordem	RLS ( $\times 10^{-3}$ )	LMS ( $\times 10^{-3}$ )	LMSN ( $\times 10^{-3}$ )	SOV ( $\times 10^{-3}$ )	NBM ( $\times 10^{-3}$ )	SM ( $\times 10^{-3}$ )
2	21,811	90,707	87,322	21,880	21,966	22,974
4	21,722	101,900	22,909	21,732	21,633	
6	21,655	84,451	22,396	21,624	22,757	
8	21,646	86,081	23,164	21,525	24,188	
10	21,642	116,492	23,493	21,431	25,703	

A discussão dos resultados mostrados será apresentada no capítulo seguinte.

## 4.4 Teste de Tempos de Execução dos Algoritmos.

Com o intuito de avaliar o tempo de execução de cada um dos algoritmos, estes foram implementados em C-ANSI e os tempos foram medidos usando a variação da voltagem do pino 2 da porta paralela que é posto em "1" antes de iniciar a iteração e em

"0" quando a iteração termina. Conectando-se um osciloscópio é possível medir o tempo de execução do algoritmo. O computador utilizado foi um PC compatível com microprocessador Pentium II , 266MHz , 32Mb de RAM.

Os resultados de tempos e ordem do filtro são apresentados na seguinte tabela.

**Tabela 4-26** Tempos de execução dos algoritmos em micro segundos, o tempo é medido para uma iteração.

Ordem	RLS	LMSN	SOV	LMS	NBM
	$\mu s$	$\mu s$	$\mu s$	$\mu s$	$\mu s$
2	11.6	12.6	29.2	3.7	-----
4	36.4	35.4	128.0	4.7	-----
6	97.0	99.0	340.0	5.9	-----
8	188.0	189.0	680.0	6.9	-----
10	332.0	342.0	1230.0	8.1	-----

SM
$\mu s$
13.7

---

---

## **CAPITULO 5 - Discussão e Conclusões**



## 5 Discussão e Conclusões

O grupo de pesquisas em engenharia biomédica (GPEB) tem realizado e realiza diversos trabalhos na área de processamento do EEG. Os artefatos oculares são, em alguns casos, fontes de erro no processamento destes sinais. Como na literatura não existem trabalhos contendo comparações minuciosas dos diferentes métodos propostos para a remoção de AO, este trabalho teve como objetivo o seu estudo. Assim, pode-se fornecer informações para que os outros pesquisadores possam escolher um método adequado de filtragem de AO e tenham o ferramental suficiente para implementá-lo.

A utilização do software MATLAB facilitou a implementação dos algoritmos, uma vez que o Matlab trabalha diretamente com operações entre vetores e matrizes. Isto permitiu que os dados fossem processados com rapidez, facilitando a realização do extenso conjunto de testes apresentados. A implementação em outras linguagens não fica comprometida como foi demonstrado ao se adaptar os algoritmos implementados em MATLAB para o C-ANSI sem maiores dificuldades.

Como medida da complexidade dos algoritmos, foi usado o número de multiplicações por ser a operação mais exigida pelos algoritmos e por consumir mais tempo de processamento, considerando implementações em computadores de propósito geral e linguagens de programação de alto nível.

Para cada método foi realizado uma sintonização, isto é procurou-se as condições iniciais e valores dos parâmetros dos filtros para obter o melhor desempenho na remoção dos artefatos. Os ensaios para sintonizar os algoritmos não foram apresentados neste texto por não serem relevantes. Para o caso do LMS e do LMSN, que tem o fator de convergência variável, não foram necessários muitos ensaios.

Como é demonstrado pelos resultados apresentados no capítulo 4, a remoção da componente DC em geral melhora a performance dos filtros. No caso de sinais contendo complexos espícula-onda lenta, a remoção da componente DC, fez o mesmo efeito, para este caso só foram apresentadas as tabelas com a componente DC removida.

Os resultados mostraram também que a performance dos métodos se altera de acordo com a origem do AO (se movimento dos olhos ou piscadas). Neste trabalho foi utilizada uma mesma distribuição de eletrodos para gerar o sinal de referência, segundo a orientação de Van den Berg (1994).

Um resultado inesperado deste trabalho foi a adequação do método subtrativo nas composições não lineares de EEG-AO, já que o método foi elaborado para casos lineares. O método subtrativo demonstrou também não ser muito efetivo na preservação dos complexos espícula-onda lenta.

Para interferência linear, o RLS de segunda ordem apresentou o melhor desempenho, já que a média do MSE para o EEG livre de interferências contendo complexos espícula-onda lenta (**Tabela 4-5** e **Tabela 4-17**) alcançou o menor valor. Esta característica é importante desde que ambos os tipos de sinais podem estar presentes no mesmo registro. Para a interferência não linear, o NBM e o SOV apresentaram performances superiores à do RLS de segunda ordem. Contudo, não conseguem compensar o fato de que o RLS é um algoritmo mais simples e rápido. Estas observações permitem recomendar que o método RLS seja a técnica utilizada na remoção dos AO nos sinais de EEG.

A **Tabela 4-26** (contendo os tempos de execução) permite afirmar que, utilizando um computador como o empregado no teste, é possível trabalhar com frequências de amostragem superiores à 200Hz e obter assim, as faixas de frequência de

interesse clínico. Deve-se ainda observar que, para os tempos de execução do RLS é possível implementar o algoritmo para diversos canais. Esta característica é importante desde que os estudos do EEG são geralmente realizados com mais de um canal. Além do que, o EEG poderá ser adicionalmente processado para a extração de parâmetros de diagnóstico.

A principal contribuição deste trabalho é fornecer uma avaliação imparcial de várias técnicas descritas na literatura para a remoção dos artefatos oculares dos sinais de EEG. Os diversos ensaios e sinais simulados permitiram uma visão ampla das capacidades e limitações das diversas técnicas nesta aplicação específica.

Como a fonte do AO interfere na performance do filtro, a configuração utilizada para a captação do EOG pode também influenciar na performance dos métodos avaliados. Sugere-se portanto, que trabalhos futuros avaliem a potencialidade de outras configurações de eletrodos na melhoria de resultados.

Para tal deve-se contar com um equipamento de aquisição de sinais com um número suficiente de canais de EOG. Outros trabalhos complementares seriam o desenvolvimento dos algoritmos de filtragem utilizando ponto fixo e as variações de performance que os afetariam quando implementados em sistemas microprocessados dedicados.



## Bibliografia

- BARLOW, JS.(1979), *Computerized clinical electroencephalography in perspective*, IEEE Trans BME, **26**(7), p 377-391
- BENKERRAT M., BOUGUERRA R. , BATHIEN N.(1997), *Online removal ocular artefacts from encephalogram signal with adaptive filter: a new method*. Medical & Biological Engineering and Computing. P552 -F83 - PS1.11.
- BRIX, R.(1975), *Basis and clinical application of the contingent negative variation in evoked response audiometry*, Wien Klin Wochenschr, **87**(1), 28-33
- COHEN , A.(1986), *Biomedical Signal Processing*. v.1 Boca Raton. CRC Press Inc.
- COHEN , A. (1986) *Biomedical Signal Processing*. v.2 Boca Raton. CRC Press Inc.
- CORBY, J. C. AND KOPELL , B. S. (1972), *Differential contributions of blinks and vertical eye moviments as artefacts in EEG recording*, *Psychophysiology*, 9, 640-644
- DINIZ P. S., BISCAINHO. L. W.(1992), *Optimal Variable Step Size for the LMS/Newton Algorithm with application to subband Adaptive Filtering*, IEEE Transactions on signal processing, **40**,2825-2829.
- DINIZ P. S., DE CAMPOS M. L., ANTONIOU A. (1995), *Analysis of LMS-Newton adaptive algorithm with variable convergence factor*, IEEE Transactions on signal processing, **43**,617-627.
- GEDDES, L.A. and BAKER, L.E. (1989), *Principles of Applied Biomedical Instrumentation* Third Ed. Wiley-Interscience, New York.
- GEVINS, AS., YEAGER, CL., ZEITLIN GM., ANCOLI, S., DEDON, M.F. (1977), *On-line computer rejection of EEG artefact*, *Electroencephalography Clin. Neurophysiol.*, **42**, 267 – 274.

- GIRTON, D. G. AND KAMIYA, J. (1973), *A simple on-line Technique, for removing eye movement artefacts.*, Ibid., 55, 468-484.
- GRATTON, G., COLES, M. G. H., AND DONCHIN, E. (1983), *A new method for off-line removal ocular artifacts.* Ibid., 55, 468-484.
- HARRIS, B., GATH, I., RODOUIN, G., FEUERSTEIN C.(1994), *On time delay Estimation of epileptic EEG*, IEEE Trans BME, **41**(9), p 820-829
- HAYKIN, S. (1996 ), *Adaptive Filter Theory*, New Jersey , 3ed Prentice Hall
- IFEACHOR E. C., JERVIS B. W., MORRIS E. L. (1986), *New online method for removing ocular artefacts from EEG signals*, Medical & Biological Engineering & Computing, 24, 356-364
- IFEACHOR, E.C., JERVIS, B. W., ALLEN, E. M., MORRIS, E. L., WRIGTH, D.E., HUDSON, N. R. (1988) *.Investigation and comparison of some models for removing ocular artefacts from EEG signals.*, Medical & Biological Engineering & computing, **26**, 584-590.
- IFEACHOR, E.C., JERVIS, B. W., MORRIS, E. L. (1993), *Digital Signal Processing*, Addison-Wesley Pub Co.
- JERVIS, B. W., IFEACHOR, E. C., ALLEN, E. M. (1988), *The removal of ocular artefacts from the Electroencephalogram : a review*, Med. & Biol. Eng. & Comput., 26, 2-12.
- MATSUO, F, PETERS, J. F. AND REILLY, E. L. (1975) *Electrical Phenomena Associated with movements of the eyelid*, Electro-enceph. & Clin. Neurophysiol, 38, 507-511.
- POBLET, J. M.(1988), *Introducción a la Bioingeniería*, Marcombo-Boixareau Editores. Barcelona.



- QUILTER, P. M., MACGILLIVRAY, B. B. AND WADBROOK, D. G.(1977), *The removal of eye movement artefact from EEG signals using correlations techniques In random signal analysis*, IEE Conf. Publ. 159, 93-100.
- RAO D. K., REDDY D. C. (1995), *Online method for enhancement of electroencephalogram signals in prescence de electro-oculogram artefacts using nonlinear recursive least squares technique*, Medical & Biological Engineering & Computing, 33, 488-491.
- SADASIVAN P. K., NARAYANA D. (1994), *A non-linear estimation módel for adaptive minimization of EOG artefacts from EEG signals*, International Journal of Bio-Médical Computing, 33, 199-207
- SADASIVAN P. K., NARAYANA D. (1997), *Development of Newton-type algorithm for minimisation of EOG artefacts from noisy EEG signals*, International Journal of Bio-Médical Computing, 33, 199-207
- SCHWIND J, GROSS M.(1988), *Procedures for on-line minimizing of eyelid and vertical eye movement artefacts in the EEG*, EEG EMG Z Elektroenzephalogr Verwante Geb, 19(2), 96-100.
- TREICHLER, J. R., JOHNSON, C. R., LARIMORE, M. G. (1987), *Theory and desing of adaptive filters*, ed Jhon Wiley & Sons , New York,
- VAN DEN BERG-LENSSEN M. M. C., VAN GISBERGEN J. A. M., JERVIS B. W. (1994), *Comparison of two methods for correcting ocular artefacts in EEGs*, Medical & Biological Engineering & Computing, 32, 501-511
- VAN DEN BOSCH (1984), *Contingent negative variation: components and scalp distribution in psychiatric patiens*, Biol. Psychiatry, 19(7), 63-72

- VERLERGER. R , GASSER, T. AND MOCKS, J. (1982) *Correction of EOG artifacts in event-related potentials of EEG: aspects of reliability and validity*, Psychophysiology, 19, 472-480.
- WEBSTER, JOHN G. (1998) *Medical instrumentation application and design*, New York 3ed John Wiley and Sons
- WIDROW, B., J. M., MCCOOL, AND M. BALL (1975), *The complex LMS algorithm*, Proc IEEE, **63**, 719-720

## **APÊNDICE A - PROGRAMAS EM MATLAB**

## Algoritmo LMS

```
function [saida,erro]=milms(data_entrada,ordem_do_filtro,data_de_referencia);

% Data de inicio 28/1/98
% [saida,erro] = milms(data_entrada,ordem_do_filtro,data_de_referencia)
% Terminado 03/02/98

[filas,columnas]=size(data_entrada);
if filas==1
    data_entrada=data_entrada';
    filas=columnas;
end
wj=ones(1,ordem_do_filtro)*0.1; % pesos iniciais
buffer=zeros(1,ordem_do_filtro);
% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal
for kk=1:filas
    for jj=ordem_do_filtro:-1:2;
        buffer(jj)=buffer(jj-1);
    end
    buffer(1)=data_entrada(kk);
    uu=0.036/(0.0001+(buffer*buffer'));%descomentar para o caso do lamda fixo
% Calculando o erro
    data_estimada=wj*buffer';
    erro(kk)=data_de_referencia(kk)-data_estimada;
% reajustando os pesos
    wj=wj+(uu*erro(kk))*buffer;
    saida(kk)=data_estimada;

end
```

## Algoritmo RLS

```
function [saida,erro]=mirls(sinal_de_entrada,ordem_do_filtro,sinal_de_referencia)

% Data de inicio 04/02/98
% [saida,erro]=mirls(data_entrada,ordem_do_filtro,sref)
% Terminado 04/02/98

[filas,columnas]=size(sinal_de_entrada);
if filas==1
    sinal_de_entrada=sinal_de_entrada';
    filas=columnas;
end
RR=eye(ordem_do_filtro,ordem_do_filtro);
wj=ones(ordem_do_filtro,1)*0.1; % pesos iniciais
buffer=zeros(ordem_do_filtro,1);

RRinv=inv(RR);

% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal
for kk=1:filas
    for jj=ordem_do_filtro:-1:2;
        buffer(jj)=buffer(jj-1);
    end
    buffer(1)=sinal_de_entrada(kk);
% Calculando o erro
    data_estimada=wj'*buffer;
    erro(kk)=sinal_de_referencia(kk)-data_estimada;
    wj=wj+(RRinv*buffer)*erro(kk)';
%atualizando a matriz de correlacao
    RRinv=RRinv-(RRinv*(buffer*buffer')*RRinv)/(1+buffer'*RRinv*buffer);

    saida(kk)=data_estimada;
end
```



## Algoritmo LMSN

```

function [saida,erro]=milmsn(sinal_de_entrada,ordem_do_filtro,sinal_de_referencia)

% Algoritmo baseado no paper
%   Analysis of LMS-Newton Adaptive Filtering Algorithms with Variable
%   Convergence Factor
% [saida,erro]=milmsn(data_entrada,ordem_do_filtro,sref)

[filas_ent,columnas_ent]=size(sinal_de_entrada);
[filas_ref,columnas_ref]=size(sinal_de_referencia);

if filas_ent==1
    sinal_de_entrada=sinal_de_entrada';
    filas_ent=columnas_ent;
end

if filas_ref==1
    sinal_de_referencia=sinal_de_referencia';
    filas_ref=columnas_ref;
end

    IRR=eye(ordem_do_filtro,ordem_do_filtro);%inicialização do IRR (inversa da
matriz de correlação)
t=1:ordem_do_filtro;
    un=ones(ordem_do_filtro,1);%inicialização de u(n) que é o buffer de entrada de
dados
wj=0.1*ones(ordem_do_filtro,1); % pesos iniciais
b=30;%Sera empregado na atualização da matriz de correlação
q=0.02;
% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal

for kk=1:filas_ent
    for jj=ordem_do_filtro:-1:2;
        un(jj)=un(jj-1);
    end
    un(1)=sinal_de_entrada(kk);
    tn=IRR*un;
    unH=un';%O operador H é igual à transpuesta pois os elementos de un são reais

```

```

    taun=unH*tn;
%Calculando o erro
    data_estimada=wj'*un;%-(kk~=1)
    erro(kk)=sinal_de_referencia(kk,1)-data_estimada;
% reajustando os pesos
    wj=wj+q*(tn*erro(kk))/taun;
    saida(kk)=data_estimada;

%atualizando a matriz de correlacao
IRR=(1+1/(taun*(2*b-1)))*(IRR-(IRR*un*un'*IRR)/(2*b*taun));%tn*tn'

end

```

## Algoritmo NBM

```

function [saida,erro]=minewton(sinal_de_entrada,ordem_do_filtro,sinal_de_referencia)

%function
[saida,erro]=minewton(sinal_de_entrada,ordem_do_filtro,sinal_de_referencia,eeg_orig)

% Data de inicio 04/02/98
% [saida,erro]=minewton(data_entrada,ordem_do_filtro,sref)
% Terminado 04/02/98

[filas,columnas]=size(sinal_de_entrada);

if filas==1
    sinal_de_entrada=sinal_de_entrada';
    filas=columnas;
end

RR=eye(ordem_do_filtro,ordem_do_filtro);

a=ones(ordem_do_filtro,1); % pessoas iniciais
b=ones(ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2,1); % pessoas iniciais

Y=0.001*ones(ordem_do_filtro,1);
Z=0.001*ones(ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2,1);

RRinv=inv(RR);
Ryz=ones(ordem_do_filtro,ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2);
rxy=0;
rxz=zeros(ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2,1);
Rz=200*eye(ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2);
Ry=200*eye(ordem_do_filtro);

% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal

for kk=1:filas

```

```

for jj=ordem_do_filtro:-1:2;
    Y(jj,1)=Y(jj-1,1);
end

Y(1,1)=sinal_de_entrada(kk);
cont=1;
vez=1;
cont2=1;
while cont2<(ordem_do_filtro*(ordem_do_filtro-1)/2+1);

    if cont+vez<=ordem_do_filtro
        Z(cont2,1)=(Y(vez,1)*Y(cont+vez,1));
        cont=cont+1;
        cont2=cont2+1;
    else
        vez=vez+1;
        cont=1;
    end

end

saida(kk)=a'*Y+b'*Z;
erro(kk)=sinal_de_referencia(kk)-saida(kk);
factor=(kk-1)/(kk);
Ryz = factor*Ryz+(1/kk)*Y*Z';
rxy = factor*rxy+(1/kk)*sinal_de_referencia(kk)*Y;
rxz = factor*rxz+(1/kk)*sinal_de_referencia(kk)*Z;
Ry=(1/(factor+0.0001))*(Ry-((Ry*Y*Y'*Ry)/((kk-1)+Y'*Ry*Y)));
Rz=(1/(factor+0.0001))*(Rz-((Rz*Z*Z'*Rz)/((kk-1)+Z'*Rz*Z)));

a=Ry*(rxy-Ryz*b);
b=Rz*(rxz-Ryz'*a);
end

```

## Algoritmo SOV

```

function [saida,erro]=mivolt(sinal_de_entrada,ordem_do_filtro,sinal_de_referencia,alfa)

% Data de inicio 04/02/98
% [saida,erro]=mirls(data_entrada,ordem_do_filtro,sref)
% Terminado 08/02/98

[filas,columnas]=size(sinal_de_entrada);

if filas==1
    sinal_de_entrada=sinal_de_entrada';
    filas=columnas;
end

buffer_a=zeros(1,ordem_do_filtro);
buffer_b=zeros(1,ordem_do_filtro);

% Inicializo h
h=zeros(2*ordem_do_filtro,1);

% Inicializo P (matriz de covarianza)
% A matriz de covarianza é uma medida de cuan longe estou dos
% parametros ideais do filtro por isso alfa deve ser o suficientemene
% grande e maior que 0
% alfa=1;
P=alfa*eye(2*ordem_do_filtro);
L=0;

% Inicializo lamda
lamdao=0.99;
lamda=0.95;

% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal
for kk=1:filas
    for jj=ordem_do_filtro:-1:2;
        buffer_a(jj)=buffer_a(jj-1);
        buffer_b(jj)=buffer_b(jj-1);
    end
    buffer_a(1)=sinal_de_entrada(kk);
    buffer_b(1)=sinal_de_entrada(kk)^2;
    buffer=[buffer_a,buffer_b]';
    erro(kk)=sinal_de_referencia(kk)-buffer'*h;
end

```



```
h=h+L*erro(kk);  
L=P*buffer/(lamda+buffer'*P*buffer);  
P=P-((P*buffer)*(buffer'*P)/(lamda+buffer'*P*buffer));  
  
saida(kk)=buffer'*h;  
lamda=lamdao*lamda+0.001;  
end
```

## Método Subtrativo

```
function [erro]=ifeachor(EOG1,EOG2,EOG3,ordem_do_filtro,EEG,lamda)

%function [erro]=ifeachor(EOG1,EOG2,EOG3,ordem_do_filtro,EEG,lamda)
[filas,columnas]=size(EOG1);
if filas==1
    filas=columnas;
end
P=eye(ordem_do_filtro,ordem_do_filtro);
O=rand(ordem_do_filtro,1)*10;
buffer=zeros(ordem_do_filtro,1);
% Inicio das iteracoes para o filtrado do sinal
for kk=1:filas
    X=[EOG1(kk);EOG2(kk);EOG3(kk)];
% Calculando o erro
    erro(kk)=EEG(kk)-X'*O;
    z=erro(kk);
%atualizando a matriz de correlacao
    P=(1/lamda)*(P-(P*(X*X')*P)/(lamda+X'*P*X));
    O=O+P*X*z;
    aa(kk)=O(1);
    bb(kk)=O(2);
    cc(kk)=O(3);
end
```

## **APÊNDICE B - PROGRAMA EM C-ANSI**

```

/*A porta paralela será utilizada como "flag" para ser visualizado no
osciloscopio :
Pino 2 : Sera posto em nivel 1 logico ao inicio do algoritmo.
Pino25 : GND. */

#include "stdio.h"
#include "dos.h"
#include "conio.h"
#include "math.h"
#include "graphics.h"

#define Dt 0.005;
#define FALSO 0
#define VERDAD 1

float A[20][20],B[20][20],MMUL[20][20],MTRANS[20][20],W[1][20],BUFFER[1][20];
float t,dt,T_FINAL;
int cont_1;
char ORDEM;

//variaveis do algoritmo LMS
float uu,data_estimada,sinal_de_ref,erro;

void multiplica(float A_1[20][20],char F_A,char C_A,float B_1[20][20],char F_B,char
C_B);
void transpone(float A_2[20][20],char F_A,char C_A);
int graf_ini(void);

void main(void)
{
//variaveis para o grafico;

int maxx,maxy,ymed,ok,xant,conta=0,fin,xx=0,h,v,n_datos;
int flag_rx; //Esta bandera indica si se ha recibido un dato
int est_lin; //Aqui se guarda el registro de estado dem linea

double y,yant,yy,my,yyy=0,y1,yant1,yy1,yyy1=0,res;

```

```

clrscr();

printf(" Ingrese a ordem do Filtro  :  ");
scanf("%d",&ORDEM);

t=0.0;    //inicio tempo.

printf("/n");

printf(" Tempo final(em seg)  :  ");

scanf("%f",&T_FINAL);

//INICIALIZA O BUFFER E OS PESOS.

for (cont_1=0;cont_1<ORDEM;cont_1++)
{
    BUFFER[0][cont_1]=0.0;
    W[0][cont_1]=0.1;
}

gotoxy(40,7);

printf("Plotar a media de quantos pontos ? : ");

do
{
    gotoxy(46,7);
    clreol();
    scanf("%d",&n_dados);
}while((n_dados<=0) || (n_dados>10000));

clrscr();

ok = graf_ini();

if (ok)
{
    //inicializa grafico.
    cleardevice();
    maxx=getmaxx();
    maxy=getmaxy();
    ymed=maxy/2;
    my=maxy;
    setcolor(2);

```



```

settextstyle(1,0,2);
outtextxy(2,2,"LMS");
line(0,ymed,maxx,ymed);
line(0,0,0,maxy);

xx=0;

while(t<T_FINAL)
{
for (cont_1=ORDEM-1;cont_1>0;cont_1--)
{
    BUFFER[0][cont_1]=BUFFER[0][cont_1-1];
}
BUFFER[0][0]=0.8*sin(2*3.14159*30*t);
sinal_de_ref=sin(2*3.14159*t*0.5)+0.2*sin(2*3.14159*30*t) ;

//INICIO DO LMS
outportb(0x378,0x13); //poe em 1 o flag

    transpone(BUFFER,1,ORDEM);
    multiplica(BUFFER,1,ORDEM,MTRANS,ORDEM,1);

    uu=0.036/(0.0001+MMUL[0][0]);
    //calculando o a data estimada=W*BUFFER'
    multiplica(W,1,ORDEM,MTRANS,ORDEM,1);
    //calculando o erro
    erro=sinal_de_ref-MMUL[0][0];
    //reajustando os pesos

    for (cont_1=0;cont_1<ORDEM;cont_1++)
    {
        W[0][cont_1]=W[0][cont_1]+(uu*erro)*BUFFER[0][cont_1];
    }

    outportb(0x378,0x10); // poe em 0 o flag

//FIM DO LMS

yy=-erro ; //Sinal estimada ainda eh o MMUL
yyy=yyy+yy;
conta++ ;

```

```

if (conta==n_datos)
{
    yy=yyy/n_datos;
    yyy=0;
    conta=0;
    y = (yy*ymed*0.8+ymed) ;
    putpixel(xx,y,2);
    // putpixel(xx,y1,7);
    setcolor(12);
    if (xx!=0) line(xant,yant,xx,y);
    setcolor(5);
    setcolor(5);
    xant=xx;
    yant=y;
    //yant1=y1;

    xx++;
    if (xx==maxx)
    {
        cleardevice();
        setcolor(2);
        outtextxy(2,2,"LMS");
        line(0,ymed,maxx,ymed);
        line(0,0,0,maxy);
        xx=0;
    }

}

t=t+Dt;

}

getch();

closegraph();

}

}

```

```

void multiplica(float A_1[20][20],char F_A,char C_A,float B_1[20][20],char F_B,char C_B)
{
    char i,j,k;
    float aux,C_1[20][20];

    for (i=0; i<C_B;i++)
    {
        for (j=0; j<F_A ; j++)
        {
            aux=0.0;
            for (k=0;k<C_A;k++)
            {
                aux=aux+(A_1[j][k])*(B_1[k][i]);
            }
            MMUL[i][j]=aux;
//      printf("MMUL[%d][%d]= %f\n",i,j,MMUL[i][j]);

        }
    }
}

void transpose(float A_2[20][20],char F_A,char C_A)
{
    char i, j;
    float(aux);
    for (i=0;i<C_A;i++)
    {
        for (j=0; j<F_A ; j++)
        {
            MTRANS[i][j]=A_2[j][i];
//      printf("MTRANS [%d][%d] = %f ",j,i,MTRANS[i][j]);
        }

//      printf("\n");
    }
}

```

```
}  
  
int graf_ini(void)  
  
{  
    int driver,modo;  
    detectgraph(&driver,&modo);  
    initgraph(&driver,&modo,"a:\\bgi");  
    if(graphresult()!=grOk)  
    {  
        closegraph();  
        printf("Erro no cambio ao modo grafico");  
        getch();  
        return (FALSO);  
    }  
    return (VERDAD);  
}
```